

2008 年全品高考网高考命题预测报告

(文科数学·简易版)

全品高考网 2008 年高考预测报告特约专家数学评审组

【导言】

为准确把握今年数学高考的命题动向与热点,在全品高考网积极组织、大力支持下,身为一名有多年高三带考经验的特级教师,笔者通过深入研究,对照尤其是 2007 年数学高考,对 2008 年高考数学命题趋向、难度、热点等进行了预测,在预测中吸纳了全品猜题活动中优秀的原创猜题和各地的最新优秀模拟题,并对高考冲刺阶段的复习、考前准备提出了建议,相信一定能对高三老师、同学们有参考价值,以最大效益完成考前复习冲刺。

报告主体内容分为三个部分.第一部分在对近年、尤其是 07 年数学高考进行分析的基础上,从宏观上对 08 年的命题方向、难度等作出预测;第二部分是报告的主体内容,在第一部分分析预测的基础上,给出各部分的考试内容、考情分析等,其后从至 4 月底止的全国各地高考模拟试题、全品高考猜题中,精心选配了 25 道优质题目,作为我们的高考预测试题,每道题除配有“命题方向”、“猜题理由”、“适考地区”等诸栏目外,还附有解答甚至评分标准等.

【关键词】

08 年高考数学走向分析 数据分析 试题预测 原创猜题 考前准备 应试技巧

【目录】

导 言

一. 2008 年高考数学走向分析

1. 精心研究, 08 数学高考预测
2. 全面布局, 高考试卷之魂
3. 追本溯源, 高考命题之泉
4. 能力立意, 在知识网络交汇点处命题

二. 2008 年数学高考试题预测

- 1、集合与逻辑;
- 2、函数与导数;
- 3、不等式与方程;
- 4、数列与复数;
- 5、三角与向量;
- 6、解析几何;
- 7、立体几何;
- 8、概率与统计

三. 考前准备 应试技巧

- 1、考前一个月怎么做
- 2、考前最后一周怎么做
- 3、数学科最后的应考准备
- 4、临场应试策略

注：由于（简易版）篇幅限制，只展示了（完整版）部分内容，其中大部分内容省略。



一. 2008 年高考数学走向分析

2008 年高考预测

2008 年高考数学“考什么？怎么考？难度、题型会怎么变化？”这当然是一个老师和同学们非常关注的问题。结合高中数学教育改革方向，通过对近年高考试卷的研究，我们相信 2008 年数学高考：

（一）、难度、题量相对稳定，题型、题意适度创新。

从近年、尤其 04 年以来，我们不难发现高考数学试题的命制在遵循的是一种“相对稳定，适度创新”的原则，即难度稳定、难易梯度稳定、题型稳定，在题型、题目立意上适度创新。试题始终是从数学基础知识、数学基本思想方法、数学基本能力出发，多层次、多角度、多视点地考查学生的数学素养和学习的潜能。2007 年的数学试题（这里指全国卷，近两年来的各地 30 余套高考试卷中，全国卷的质量一直是最高）与近年的试题在总体难度上是一致的，在题量上保持不变，各种题型个数也不变，但在填空题和解答题的分值上做了调整：填空题仍为 4 道，但分值由 16 分调整为 20 分；解答题仍为 6 道，但分值由 74 分调整为 70 分，第 17 题由 12 分调整为 10 分，第 22 题由 14 分调整为 12 分，第 18-21 题每题仍为 12 分。显然试卷加大了填空题分值的比例（意在增加基础知识在全卷中所占比例），减小了解答题分值的比例，选择题、填空题、解答题的分值比例由 60：16：74 改为 60：20：70，只是理科后三道大题的难度与计算量稍增加了些。2007 年全国试卷就是我们进行 2008 年高考复习最好的指路明灯，因此希望同学们一定要认真做一做 2007 年的几份全国卷，体会其中传递给我们的信息。

（二）、全面考查基础知识，突出重点，适度综合。

试题仍然会注重考查高中数学的基础知识（但并不刻意追求知识的覆盖率），并以重点知识为主线组织全卷的内容。比如代数重点考查函数的基本概念、性质和图象；解析几何重点考查直线和二次曲线的位置关系；立体几何仍以多面体的有关线、面关系和角的计算为考查重点，另外向量、概率统计、导数、线性规划、简易逻辑等新增内容也是必考的。在 6 个解答题中，每题所涉及的具体内容仍都会是高中数学的重点内容，难度层次会比较分明，有一定综合性，一些压轴题同时在知识的应用上会有一定的灵活性，对这些题目同学们要注重常规解法，淡化特殊技巧。

（三）、把握数学学科特点，着重考查数学思想方法和思维能力。

数学知识是数学学科的躯体，数学思想方法则是数学学科的灵魂，数学思想方法是对数学知识的最高层次的概括与提炼，是适用于中学数学全部内容的通法，它仍将是 2008 年高考考查的核心。

全面布局，高考试卷之魂

为了使高考选拔出来的新生进入大学后能正常有效的学习，在高考中就必须测试其必备

的数学基础及进一步学习数学知识的潜能,具体怎么进行测试考核的呢?对于正在复习迎考的考生来说,熟悉高考试卷、把握高考的全面要求也是我们应对高考的必要准备.那么,一份高考试卷是怎么布局的呢?

(一)、全面考查“三基”——精巧的客观题.

从学科角度看可将高考对数学基础的考查归纳为以下几个方面:基础知识、基本技能和基本的思想方法.它们是一个相互融合、相互贯通的有机整体,也是客观题的确定依据.除在解答题中有所涉及之外,对“三基”的全面考查更多是通过客观题(即选择题、填空题)进行的.

(二)、重点内容重点考——解答题的前三题.

(三)、先易后难——解答题的后三题.

追本溯源, 高考命题之泉

高考题既不是从天上掉下来的,也不是从地上冒出来的,它不是无本之木、无源之水.也不是妙手偶得,它是命题专家们集体思维的成果.知道高考试题的来源、了解一些高考题的编拟过程,对我们的复习备考也是有帮助的.高考题的来源大致可归结为以下几个方面:

(一)、以课本题为题源

“植根于课本,着眼于提高”历来是高考试卷命制的基本原则,高考试题中课本例、习题的影子比比皆是、多不胜数,课本题是高考题最主要的来源(当然一般都要经过改造)!例如

(二)、以竞赛题为题源.

(三)、以国外高考题为题源.

国外的许多考试试题,都是我国编创有创意的高考题的丰富题源之一.

(四)、以历史名题为题源.

数学历史名题往往与著名数学家的工作相关,是数学知识和智慧的宝藏,有着较高的研究价值.命题者的创作灵感很多都出自这里.

能力立意, 在知识网络交汇点处命题

高考数学命题是从三个层面进行的:考查数学基础知识、数学思想方法和综合运用数学知识解决问题的能力,这三个层面之间是递进的关系,以数学基础知识为依托、以数学思想方法为核心、以综合运用数学知识解决问题的能力为最终考查目的.高考试题重视知识的综合和知识的内在联系,尤其重视在知识网络的交汇点设计试题,力图实现全面考查数学基础和数学素质的目标.

二. 2008 年数学高考试题预测

(一) 集合与简易逻辑

1. 考试内容:

集合、子集、补集、交集、并集.

逻辑联结词、四种命题、充分条件和必要条件.

2. 考情分析:

① 集合与简易逻辑有关的问题在高考中每年必考,一般都是小题,有的情况下也会作为大题的一个小题出现,背景、形式有时会很新颖,但新题不难、难题不怪.

② 常以集合语言、集合思想为载体,考查函数定义域、值域、方程、不等式、曲线的相交等问题.还要注意到,逻辑推理知识是一个新的命题背景.

3. 复习应试:

① 考生只要回归课本,吃透课本上的例题、习题,全面、系统地掌握相关的基础知识和基本技能,就能轻松完成这部分题目.

② 在这类问题上考生失分的主要原因是粗心大意、计算出错,有时是概念混淆.

【预测试题】 1

设全集为 R ,集合 $M = \{x \mid |x| > 2\}$, $N = \{x \mid \frac{1-x}{1+x} \geq 0\}$, 则有 ()

A. $\complement_R M \cap N = N$

B. $M \cap N = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

C. $M \cap N = \{x \mid -2 < x < -1 \text{ 或 } 1 < x < 2\}$

D. $\complement_R N \cap M = \{x \mid -1 < x \leq 1\}$

【命题方向】

考查对集合的交集、并集的理解,简单、基本但却是重要的不等式的解法,是集合与不等式的交汇题.考查学生综合运用数学知识解决问题的能力.

【预测理由】

集合知识是高考中必考的知识点,一般以小题形式出现,考查基本概念,基本方法.本题从知识交汇点命题,考查集合运算与不等式解法的综合运用.

【标准答案】

A $\because M = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 2\}, N = \{x \mid -1 < x \leq 1\}, \therefore \complement_R M = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}, \therefore \complement_R M \cap N = N.$

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 2

已知函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, 集合 $M = \{(x, y) \mid f(x) \leq -f(y)\}$, 集合 $N = \{(x, y) \mid f(x) \geq f(y)\}$, 则集合 $M \cap N$ 的面积是 ()

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{2}$

C. π

D. 2π

【标准解答】

C 依据函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$ 和 $f(x) + f(y) \leq 0, f(x) - f(y) \geq 0$ 可得到 $(x-y)(x+y-4) \geq 0, (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2$ 围成的两个平面区域为半个圆的面积,得到

集合 $M \cap N$ 的面积是 π , 故选 C.

【猜题理由】

点集构成的区域问题以函数值域进行包装, 函数值满足的关系合理进行转化, 化归平面区域为半圆面简化求解, 凸显等价转化思想和线性规划的理解和应用, 对学生的思维品质进行全方位的考查, 系高考网络交汇设计试题的热点.

【适考地区】

全国大纲卷地区

(二) 函数与导数

1. 考试内容:

映射、函数、函数的单调性、奇偶性、反函数、互为反函数的函数图象间的关系.

指数概念的扩充、有理指数幂的运算性质、指数函数、对数、对数的运算性质、对数函数.

函数的应用.

导数的概念. 导数的几何意义. 几种常见函数的导数.

两个函数的和、差、积、商的导数. 复合函数的导数. 基本导数公式.

利用导数研究函数的单调性和极值. 函数的最大值和最小值.

【预测试题】 1

已知函数 $f(x) = \log_2 x$ 且 $f^{-1}(a) = 16$, 则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【命题方向】

对数函数是每年的必考内容, 分值一般在 5 分, 难度低、中、高都有过.

【预测理由】

对数函数是重要的函数, 此题穿插反函数于其中, 知反函数值而求自变量, 有一定新颖性.

【标准解答】

C 由互为反函数的函数性质易得, $a = \log_2 16 = 4$, 故选 C.

【失分主因】

对真数与底数的范围要求不了解, 或忘记了范围要求, 学生在此内容上失分往往较多.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 2

P 在曲线 $y = \frac{1}{2} \sin 2x - \cos^2 x + 7$ 上移动, 过 P 点的切线的倾斜角取值范围是 ()

- A. $[0, \pi)$ B. $\left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right) \cup \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
C. $\left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D. $\left[0, \arctan \sqrt{2}\right] \cup \left[\pi - \arctan \sqrt{2}, \pi\right)$

【标准解答】

D 由导数的几何意义切入,

$$y' = \cos 2x - 2 \cos x (-\sin x) = \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}], \text{选 D.}$$

【猜题理由】

由导数的几何意义切入,化归函数的导函数,利用复合函数的求导法则,借助三角变换化为一个角的三角函数,利用有界性求出导函数的值域,借助倾斜角的定义确定倾斜角的范围,网络了函数和导数、三角函数、解析几何等知识点,对导数的几何意义的理解和认识及倾斜角的范围是求解的关键,也是高考命题的热点.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 3

定义在 \mathbb{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = -f\left(x + \frac{3}{2}\right)$, $f(-1) = 1$,

则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2008) =$ _____

【标准解答】

-1 由函数奇偶性的意义和已知关系式探求周期

$$\text{由 } f(x) = -f\left(x + \frac{3}{2}\right) = -\left\{-f\left[\left(x + \frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2}\right]\right\} = f(x+3) \therefore T = 3$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) = 0,$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2008) = f(1) = -f(-1) = -1$$

【猜题理由】

函数的周期性和奇偶性就是为简化计算引入的,要挖掘题设条件,类比三角函数掌握探究周期的方法,提高简化求解问题的能力,看一看近几年的高考题,认识学习图象的出发点和归宿.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 4

已知函数 $f(x) = \log_a \frac{x-3}{x+3}$, ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 判定 $f(x)$ 的单调性, 并证明.

(2) 设 $g(x) = 1 + \log_a(x-1)$, 若方程 $f(x) = g(x)$ 有实根, 求 a 的取值范围.

(3) 求函数 $h(x) = f(x) \ln a + \ln(x+3) - \frac{x^2}{8}$ 在 $[4, 6]$ 上的最大值和最小值

【标准解答】

(1) 由 $\frac{x-3}{x+3} > 0$, 得 $x < -3$ 或 $x > 3$.

任取 $x_1 < x_2 < -3$, (取 $3 < x_1 < x_2$ 时的情况相同)

$$\text{则: } f(x_1) - f(x_2) = \log_a \frac{x_1 - 3}{x_1 + 3} - \log_a \frac{x_2 - 3}{x_2 + 3} = \log_a \frac{(x_1 - 3)(x_2 + 3)}{(x_1 + 3)(x_2 - 3)},$$

$$\therefore (x_1 - 3)(x_2 + 3) - (x_1 + 3)(x_2 - 3) = 6(x_1 - x_2) < 0$$

又 $(x_1 - 3)(x_2 + 3) > 0$ 且 $(x_1 + 3)(x_2 - 3) > 0$,

$$0 < \frac{(x_1 - 3)(x_2 + 3)}{(x_1 + 3)(x_2 - 3)} < 1,$$

\therefore 当 $a > 1$ 时, $f(x_1) - f(x_2) < 0$, $\therefore f(x)$ 单调递增;

当 $0 < a < 1$ 时, $f(x_1) - f(x_2) > 0$, $\therefore f(x)$ 单调递减.

(2) 若 $f(x) = g(x)$ 有实根, 即: $\log_a \frac{x-3}{x+3} = 1 + \log_a(x-1)$.

$$\therefore \begin{cases} \frac{x-3}{x+3} > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3.$$

\therefore 方程: $\frac{x-3}{x+3} = a(x-1)$ 有实根.

$$a = \frac{x-3}{(x-1)(x+3)} = \frac{(x-3)}{(x-3+2)(x-3+6)} \quad (\because x > 3)$$

$$= \frac{x-3}{(x-3)^2 + 8(x-3) + 12} = \frac{1}{(x-3) + \frac{12}{(x-3)} + 8} \leq \frac{1}{8 + 4\sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

(当 $x = 3 + 2\sqrt{3}$ 时, 等号成立)

(3) $h(x) = f(x) \ln a + \ln(x+3) - \frac{x^2}{8} = \ln(x-3) - \frac{x^2}{8}$,

$$h'(x) = \frac{1}{x-3} - \frac{x}{4}, \text{ 由 } \frac{1}{x-3} - \frac{x}{4} = 0 \text{ 有 } x^2 - 3x - 4 = 0, \text{ 解得 } x_1 = 4; x_2 = -1 \text{ (舍去)}$$

当 $x \in [4, 6]$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 单调递减;

所以函数 $h(x)$ 在 $[4, 6]$ 上的最小值为 $h(6) = \ln 3 - \frac{9}{2}$, 最大值为 $h(4) = -2$.

【猜题理由】

这是高考重点考查的问题, 有一定难度, 但循序渐进, 容易分步得分, 注重考查基础知识、基本方法、基本能力, 有一定运算量.

【适考地区】

全国大纲卷地区

(三) 不等式与方程

1. 考试内容:

不等式, 不等式的基本性质, 不等式的证明, 不等式的解法, 含绝对值的不等式.

二次函数、二次方程、二次不等式的关系与综合应用.

方程问题、方程的应用、方程与函数思想.

2. 考情分析:

不等式是一种重要的运算工具, 因此, 高考中既有单独考查不等式的问题, 更有不少其他知识与不等式揉合的问题, 如不等式与集合、函数、三角函数、数列、解析几何、线性规划等等, 从某方面可以说: 不等式是高考考得最多的内容 (这是经过统计的结果).

函数与方程思想是重要的数学思想, 因此也是高考的必考内容.

3. 复习应试:

从第二部分的分析中我们知道, 在一份考试答卷中的计算错误, 多发生在不等式上, 这给我们以提示: 在不等式上我们要注意些什么? 在函数与方程问题上我们又要注意什么?

【预测试题】 1

若命题 p: 不等式 $\left| \frac{x}{x-1} \right| > \frac{x}{x-1}$ 的解集为 $\{x | 0 < x < 1\}$; 命题 q: 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > B$ ” 是“ $\sin A > \sin B$ ” 成立的必要不充分条件, 则

A、p 真 q 假

B、“p 且 q” 为真

C、“p 或 q” 为假

D、p 假 q 真

【标准解答】

A 因为 $\left| \frac{x}{x-1} \right| > \frac{x}{x-1} \Rightarrow \frac{x}{x-1} < 0$, 则解集为 $\{x | 0 < x < 1\}$, 则 p 真; 在 $\triangle ABC$ 中有 $A > B \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow 2R \sin A > 2R \sin B \Leftrightarrow \sin A > \sin B$, 则 q 假, 选 A.

【猜题理由】

以命题真假考查绝对值不等式的求解和三角形三角变换的思维方法, 三角形中大边对大角充要条件结合正弦定理简化求解, 这是高考命题的热点.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 2

已知定义在 \mathbf{R} 上的单调函数 $y = f(x)$, 当 $x < 0$ 时, $f(x) > 1$, 且对任意的实数 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $f(x+y) = f(x)f(y)$.

(1) 求 $f(0)$ 的值; (2) ① 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = f(0)$ 且 $f(a_{n+1}) = \frac{1}{f(-2-a_n)} (n \in \mathbf{N}^*)$

求通项公式 a_n 的表达式; ② 令 $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$, $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$

$T_n = \frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 试比较 S_n 与 $\frac{4}{3} T_n$ 的大小, 并加以证明.

③ 当 $a > 1$ 时, 不等式 $\frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} + \dots + \frac{1}{a_{2n}} > \frac{12}{35} (\log_{a+1} x - \log_a x + 1)$ 对于不小于 2 的正整数 n 恒成立, 求 x 的取值范围.

【标准解答与评分标准】

(1) 令 $y=0$ 得 $f(x)[1-f(0)]=0$, 则 $f(0)=1$3 分

(2) ① 由递推关系知 $f(a_{n+1}) \cdot f(-2-a_n) = 1$, 即 $f(a_{n+1} - 2 - a_n) = f(0)$,

从而 $a_{n+1} - a_n = 2, (n \in N^+)$, 又 $a_1 = 1$, 故 $a_n = 2n - 1$6 分

② $S_n = \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n}\right), T_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_{n+1}}\right) = \frac{n}{2n+1}$ 欲比较 S_n 与 $\frac{4}{3} T_n$ 的大小, 只需比较

4^n 与 $2n+1$ 的大小, 容易知道 $4^n = (1+3)^n > 1+3n > 2n+1$, 从而 $S_n > \frac{4}{3} T_n$9 分

③

令 $F(n) = \frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} + \dots + \frac{1}{a_{2n}}, F(n+1) - F(n) = \frac{1}{a_{2n+1}} + \frac{1}{a_{2n+2}} - \frac{1}{a_{n+1}}$

$= \frac{1}{4n+1} + \frac{1}{4n+3} - \frac{1}{2n+1} > 0$, 故当 $n \geq 2, n \in N$ 时, $F(n) > F(n-1) > \dots > F(2)$

$= \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} = \frac{12}{35}$, 由题意有 $\log_{a+1} x - \log_a x + 1 < 1$, 又 $a > 1 \Rightarrow x > 1$12 分

【猜题理由】

抽象函数和数列的问题, 认识对应法则合理转化为等差数列求通项, 这是由数列和函数的依赖关系决定的; 数列和的不等关系, 通过构造函数研究单调性比大小或构建不等式解参数范围, 这是函数 数列 不等式的网络交汇, 是高考命题的热点.

【适考地区】

全国大纲卷地区

(四) 数列与复数

1. 考试内容:

等差数列及其通项公式. 等差数列前 n 项和公式.

等比数列及其通项公式. 等比数列前 n 项和公式.

数学归纳法. 数学归纳法的应用. 数列的极限. 函数的极限. 极限的四则运算. 函数的连续性.

复数的概念, 复数的加法和减法, 复数的乘法和除法, 数系的扩充.

【预测试题】 1

一弹力球从 100 米高处自由落下, 每次弹起的高度是前一次高度的一半, 则弹力球静止不动时所经过总路程为 ()

- A 300 米 B 200 米 C $200\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ 米 D $100+200\left(1-\frac{1}{2^n}\right)$ 米

【标准解答】

A 构建无穷递缩等比数列和, 注意第一项 100, 第 2 项 100, 且从第 3 项起为无穷递缩等比数列和, 其极限和为 $\frac{100}{1-\frac{1}{2}}=200$, 则所经过总路程为 300.

【猜题理由】

本题将有限项的求和变为无限项的和, 对学生应用数列和极限解决实际问题能力做了较高的要求, 凸显数列求和与数列极限的工具性和应用性.

【教学启示】

要重视数列和数列极限的工具性和应用性的教学, 对有关概念和运算注重发生和发展过程中所蕴含的数学思想和方法的挖掘, 通过应用解决问题加深理解和熟练的程度, 注重数理科的网络交汇, 使学生认识数学的作用, 自觉提高数学应用的综合素质.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 2

设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \leq 0) \\ 4\sin x & (0 < x \leq \pi) \end{cases}$, 则集合 $\{x | f(f(x)) = 0\}$ 元素的个数有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【标准解答】

D 当 $x=0$ 时, $f(f(x))=0$ 总成立;

当 $x < 0$ 时, $f(f(x)) = f(x^2) = 0$, 则 $4\sin x^2 = 0$, $x^2 \in (0, \pi]$, 此时 $x = -\sqrt{\pi}$;

当 $0 < x \leq \pi$ 时, $f(f(x)) = f(4\sin x) = 0$, 则 $4\sin x = 0$ 或 $4\sin x = \pi$, 即 $x = \pi$ 或 $\sin x = \frac{\pi}{4}$. 而 $\sin x = \frac{\pi}{4}$ 在 $(0, \pi]$ 上有两个解. 故集合中共有元素 5 个, 应选 D.

【猜题理由】

本题是分段函数、复合函数和方程解的网络交汇, 分段函数巧妙转化使复杂问题简单化, 这种能力要求较高, 是函数和方程综合问题探究能力的积淀.

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 3

已知曲线 $C: f(x) = x^2$, C 上点 $A, A_n (n=1,2,3,\dots)$ 的横坐标分别为 1 和 $a_n (n=1,2,3,\dots)$, 且 $a_1=5$, 数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = tf(x_n - 1) + 1 \left(t > 0, \text{且} t \neq \frac{1}{2}, t \neq 1 \right)$. 设区间 $D_n = [1, a_n] (a_n > 1)$, 当 $x \in D_n$ 时, 曲线 C 上存在点 $P_n(x_n, f(x_n))$, 使得点 P_n 处的切线与直线 AA_n 平行.

(1) 证明: $\{\log_t(x_n - 1) + 1\}$ 是等比数列;

(2) 当 $D_{n+1} \not\subseteq D_n$ 对一切 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立时, 求 t 的取值范围;

(3) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 当 $t = \frac{1}{4}$ 时, 试比较 S_n 与 $n+7$ 的大小, 并证明你的结论.

【标准解答与评分标准】

(1) \because 曲线在点 P_n 的切线与直线 AA_n 平行,

$$\therefore 2x_n = \frac{a_n^2 - 1}{a_n - 1}, \text{ 即 } x_n = \frac{a_n + 1}{2}, \therefore x_1 = \frac{a_1 + 1}{2} = 3.$$

$$\text{由 } x_{n+1} = tf(x_n - 1) + 1, \text{ 得 } x_{n+1} - 1 = t(x_n - 1)^2.$$

$$\therefore \log_t(x_{n+1} - 1) = 1 + 2\log_t(x_n - 1)$$

$$\text{即 } \log_t(x_{n+1} - 1) + 1 = 2[\log_t(x_n - 1) + 1],$$

$\therefore \{\log_t(x_n - 1) + 1\}$ 是首项为 $\log_t 2 + 1$, 公比为 2 的等比数列.4 分

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } \log_t(x_n - 1) + 1 = (\log_t 2 + 1)2^{n-1} \therefore x_n = 1 + \frac{1}{t}(2t)^{2^{n-1}}$$

$$\text{从而 } a_n = 2x_n - 1 = 1 + \frac{2}{t}(2t)^{2^{n-1}} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{由 } D_{n+1} \not\subseteq D_n \text{ 得 } a_{n+1} < a_n, \text{ 即 } (2t)^{2^n} < (2t)^{2^{n-1}} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore 0 < 2t < 1, \text{ 即 } 0 < t < \frac{1}{2} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$(3) \text{ 当 } t = \frac{1}{4} \text{ 时, } a_n = 1 + 8\left(\frac{1}{2}\right)^{2^{n-1}} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore S_n \leq n + 8 \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right],$$

不难证明：当 $n \leq 3$ 时， $2^{n-1} \leq n+1$ ；当 $n \geq 4$ 时， $2^{n-1} > n+1$. ……………10 分

$$\therefore \text{当 } n \leq 3 \text{ 时, } S_n \leq n + 8 \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 \right] = n + \frac{13}{2} < n + 7; \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} \text{当 } n \geq 4 \text{ 时, } S_n &< n + 8 \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^6 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right] \\ &= n + 7 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} < n + 7. \end{aligned}$$

综上所述，对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ ， $S_n < n + 7$. ……………12 分

【猜题理由】

导数的几何意义和直线的斜率构建方程，借助已知的函数关系整体认识通项的意义,证明等比数列；

参数范围借助题设信息中递减数列的特征和指数函数的单调性，构建不等式解范围；

大小关系的比较问题,注意数列和的特殊性,抓住通项,利用 当 $n \leq 3$ 时， $2^{n-1} \leq n+1$ ；当 $n \geq 4$ 时， $2^{n-1} > n+1$.合理确定分界点,对数列和中的每一项都放缩，用公式求和得到结论.

【适考地区】

全国大纲卷地区

(五) 三角与向量

高考试题中的三角函数题是高考命题常考基础的一个题型，命题的热点是章节内部的三角函数求值、三角函数图像与性质、三角形中的三角变换等，凸显三角的工具性和应用性.平面向量是高考的一个新亮点，它具有代数形式和几何形式的“双重身份”，能融数形于一体，能与中学数学内容的许多主干知识综合，形成知识交汇点，常与函数、三角函数、数列、解析几何结合在一起进行考查.因此，三角函数与平面向量网络交汇问题备受命题者的青睐，是历届高考命题的热点，几乎每套试题中都有一道题目出现在前三个的位置上.在复习过程中既要注重三角和向量知识和方法的基础性，又要注重向量包装的三角问题的突破与熟练掌握，要充分认识到向量与三角的网络交汇的试题是主要的考查形式.

【预测试题】 1

一扇形中心角为 α ，周长为 P_{137} ，若在直角坐标系中，当 α 角的始边与 x 轴的正半轴重合时， α 角的终边上一点坐标为 $(3.5 \sin 2, -3.5 \cos 2)$ ，则扇形的面积为 ()

- A $4 + \pi$ B $4 - \pi$ C $3 + \pi$ D $3 - \pi$

【猜题理由及命题趋势】

大纲对任意角的正弦、余弦、正切的定义要求是掌握,对弧度制的意义是了解,但弧度制的引入,用数量来度量角度,使得角和实数之间构成一一对应关系,为三角函数的图象和性质提供了基础和依据,为此设计本题巧妙地将三角函数定义和扇形面积相结合,借助弧度制沟通的桥梁,考查弧度制、扇形面积计算与三角函数定义及诱导公式的灵活应用,在三角本身内部网络交汇,这是高考命题的趋势.

【标准解答与评分标准】

由三角函数定义切入,诱导公式变名称,

$$\cos \alpha = \sin 2 = \cos \left(2 - \frac{\pi}{2} \right), \quad \sin \alpha = -\cos 2 = \sin \left(2 - \frac{\pi}{2} \right),$$

$$\therefore \alpha = 2 - \frac{\pi}{2},$$

$$\text{设扇形半径为 } r, \text{ 则其周长为 } 2r + r \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) = 8 - \pi \Rightarrow r = 2.$$

$$\text{则面积为 } \frac{1}{2} \times 2^2 \times \left(2 - \frac{\pi}{2} \right) = 4 - \pi, \text{ 故选 B.}$$

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 2

$y = 2 \cos(2x + \varphi)$ 是奇函数,且在 $\left(0, \frac{\pi}{4} \right)$ 上是增函数,则 φ 的一个可能值为()

- A $\frac{\pi}{2}$ B $-\frac{\pi}{2}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $-\frac{\pi}{4}$

【猜题理由及命题趋势】

本题由教材 P₆₉ 4 题改编而来,考查 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$, $y = A \cos(\omega x + \varphi) + B$ 的图象和性质的应用,对于选择题突出利用整体变量观念选择支验证,寻求简捷的策略.

【解析】

选择支代入验证, A, B 符合奇函数的条件,而只有 B 符合在 $\left(0, \frac{\pi}{4} \right)$ 上是增函数. 故选

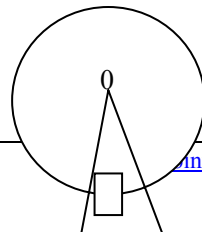
B.

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 3

游乐场中的摩天轮半径为 40 米,均匀旋转一圈需要 12 分钟,其中心 O 在距离地面 40.5 米,若从最低点处登上摩天轮,那么 you 与地面的距离将随时间的变化而变化,



以你登上摩天轮的时间开始计时, 请解答下列问题:

- (1) 求出你与地面的距离 y 与时间 t 的函数式.
- (2) 当你第 4 次距地面 60.5 米时, 用了多少时间?
- (3) 当你登上摩天轮 2 分钟时, 你的朋友也在摩天轮最低点登上摩天轮, 问你的朋友登上摩天轮多少时间后, 你和你的朋友与地面的距离差最大? 并求最大值.
- (4) 当离地面 20.5 米以上时, 可以看到游乐场的全貌, 求转一周有多少时间可以看到游乐场的全貌?

【猜题理由及命题趋势】

本题的背景是匀速圆周运动的问题, 学生在教材中处理过习题, 有一定的生活经历, 关键是待定系数时, 解析式形式的选择, 这就要求理解教材中正弦函数图象的形成过程和习题, 认识匀速圆周运动中, 高度和时间的函数关系为

$y = A \sin(\omega x + \phi) + B, y = A \cos(\omega x + \phi) + B$, 用诱导公式可知其实质相同. 从现实中认识

$y = A \sin(\omega x + \phi) + B$ 中的字母变量的几何意义, 学会正确的待定系数, 运用图像解决实际应用问题.

【标准解答与评分标准】

- (1) 选 $y = A \cos(\omega t + \phi) + B$ 待定系数法, 理解题意构建方程组有

$$\begin{cases} t=0 \\ y=0.5 \end{cases}, \begin{cases} t=6 \\ y=80.5 \end{cases}, \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}, \therefore \begin{cases} A = -40 \\ B = 40.5 \end{cases}, \therefore y = 40.5 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t (t \geq 0)$$

4 分

- (2) 解方程, 由已知函数值求变量, 确定时间.

$$y = 40.5 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t = 60.5, \therefore \cos \frac{\pi}{6} t = -\frac{1}{2}, \therefore \frac{\pi t}{6} = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}, t = 12k \pm 4,$$

$$\because t > 0, \therefore t = 4, 8, 12, 16, 20, 28, \dots$$

故第 4 次距离地面 60.5 米时, 用了 20 分钟; 7 分

- (3) 设朋友登上摩天轮 t 分钟后, 我和朋友与地面的距离差为

$$d = \left| \left[40.5 - 40 \cos \frac{\pi}{6} (t+2) \right] - \left[40.5 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t \right] \right| = \left| 40 \sin \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6} \right) \right|, \text{ 当}$$

$\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2}, \therefore t = 6k + 2, k \in \mathbb{N}^*, d_{\max} = 40$, 故朋友登上摩天轮 $6k + 2 (k \in \mathbb{N}^*)$ 分钟后, 我和我的朋友与地面的距离差最大, 最大值为 40 米. 10 分

- (4) $y = 40.5 - 40 \cos \frac{\pi}{6} t \geq 20.5, \therefore 40 \cos \frac{\pi}{6} t \leq 20, \therefore \cos \frac{\pi t}{6} \leq \frac{1}{2}$,

则当 $0 \leq t \leq 12$ 时, 有 $2 \leq t \leq 10$, 转一周有 8 分钟可以看到游乐场的全貌. 14 分

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 4

已知非零向量 \vec{a}_n 满足: $\vec{a}_1 = (x_1, y_1), \vec{a}_n = (x_n, y_n) = \frac{1}{2}(x_{n-1} - y_{n-1}, x_{n-1} + y_{n-1})(n \geq 2)$.

(1) 证明: $\{|\vec{a}_n|\}$ 是等比数列;

(2) 求向量 \vec{a}_{n+1} 与 \vec{a}_n 的夹角 ($n \geq 2$);

【猜题理由及命题趋势】

以向量的坐标表示为载体, 网络数列、平面向量、极限等基础知识, 考查综合应用数学知识, 直觉猜想, 归纳推理及运算能力. 是高考命制综合大题的处所.

【标准解答与评分标准】

(1) 模的意义切入,

$$|\vec{a}_n| = \frac{1}{2} \sqrt{(x_{n-1} - y_{n-1})^2 + (x_{n-1} + y_{n-1})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{a}_{n-1}| (n \geq 2),$$

首项 $|\vec{a}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \neq 0, \frac{|\vec{a}_n|}{|\vec{a}_{n-1}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 为常数, $\therefore \{|\vec{a}_n|\}$ 是等比数列.

$$(2) \vec{a}_{n-1} \cdot \vec{a}_n = (x_{n-1}, y_{n-1}) \cdot \frac{1}{2}(x_{n-1} - y_{n-1}, x_{n-1} + y_{n-1})$$

$$= \frac{1}{2}(x_{n-1}^2 + y_{n-1}^2) = \frac{1}{2} |\vec{a}_{n-1}|^2,$$

$$\cos \langle \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n \rangle = \frac{\vec{a}_{n-1} \cdot \vec{a}_n}{|\vec{a}_{n-1}| |\vec{a}_n|} = \frac{\frac{1}{2} |\vec{a}_{n-1}|^2}{|\vec{a}_{n-1}| \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{a}_{n-1}|} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\therefore \vec{a}_{n-1}$ 与 \vec{a}_n 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$.

(六) 解析几何

解析几何是用代数的方法研究几何问题的一门学科, 主要包括两个方面: 一是根据已知条件求曲线方程, 二是根据方程讨论曲线的性质, 它使数和形达到了完美的统一. 解析几何的高考试题, 着重考查直线与圆锥曲线的位置关系, 求解时凸显设而不解. 整体思维外, 还要用到平面几何的基本知识和向量的基本方法, 解题过程始终围绕如何简化运算展开. 复习中应做到:

- 1 构建知识网络结构, 掌握解析几何的特点, 注意“数形结合”在简化运算中的应用.
- 2 认识圆锥曲线定义的本质属性, 强化两种定义的应用意识.
- 3 认识圆锥曲线几何量之间的关系, 构建方程组确定几何量和待定方程.

4 强化求轨迹方程的常用方法,能根据条件适当选择“定义法”、“直接法”、“代入法”、“代点作差法”、“参数法”等迅速求解轨迹方程问题.

5 感悟直线与圆锥曲线中的“设而不解,整体思维”的简化运算途径:

(1) 通法下的判别式和韦达定理的整体运用.

直线和圆锥曲线位置的研究,由解析几何的特点,联立所对应的方程构成方程组解的个数问题,化归为一元二次方程实数解的问题,用二次函数在区间上问题求解.简称通法.通法下的判别式和弦长公式及韦达定理的使用,体现“设而不解,整体思维”.为此,凡涉及弦长,参数范围和存在性问题的讨论常常选用通法.要重视几何条件和圆锥曲线几何量之间的关系在求解中的简化功能.

(2) 代点作差法的整体运用,沟通弦斜率和弦的中点的关系.

代点作差法的实质,揭示了弦斜率的整体和弦的中点横、纵坐标的关系.凡涉及弦的中点和圆锥曲线上两点关于某直线对称等问题,可用代点作差法求解.但用此法必须以直线和圆锥曲线相交为前提.

(3) 焦点弦长问题常用通法和第二定义整体处理.

圆锥曲线定义的引入是为简化求曲线方程和几何量展开的.第二定义的实质是把到焦点的距离化为到准线距离乘以离心率来简化运算的.过焦点弦长的有关问题,常用第二定义和通法整体求解.

6 与圆锥曲线有关的最值和范围问题的讨论常用以下方法解决:

(1) 结合定义利用图形中几何量之间的大小关系;

(2) 不等式(组)求解法:利用题意结合图形(如点在曲线内等)列出所讨论的参数适合的不等式(组),通过解不等式组得出参数的变化范围;

(3) 函数值域求解法:把所讨论的参数作为一个函数、一个适当的参数作为自变量来表示这个函数,通过讨论函数的值域来求参数的变化范围;

(4) 利用代数基本不等式.代数基本不等式的应用,往往需要创造条件,并进行巧妙的构思;

(5) 结合参数方程,利用三角函数的有界性.直线、圆或椭圆的参数方程,它们的一个共同特点是均含有三角式.因此,它们的应用价值在于:① 通过参数 θ 简明地表示曲线上点的坐标;② 利用三角函数的有界性及其变形公式来帮助求解诸如最值、范围等问题;

(6) 构造一个二次方程,利用判别式 $\Delta \geq 0$

【预测试题】 1

过抛物线焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点,准线与抛物线对称轴的交点为 H ,则 $\angle AHB$ 的取值范围为 ()

A $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ B $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ C $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ D $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

【猜题理由及命题趋势】

以圆锥曲线焦点弦为直径的圆与对应的准线之间的位置关系,取决于离心率的范围,出现相切,相交和相离三种情况,应用圆锥曲线的几何性质和平面几何性质,特别是利用梯形中位线沟通,应用离心率范围求解,寻求简捷的途径是平面几何知识,本题的探究过程是平面几何知识圆和圆锥曲线网络的交汇,凸显解析几何“形助数和数研究形”的特点.

【解析】

当 AB 所在的直线垂直对称轴时,以 AB 为直径的圆与抛物线的准线相切,则切点为 AB 的中点在准线上的射影.当 AB 所在的直线不垂直对称轴时, H 必在圆外,所以选 A.

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 2

圆 $2x^2+2y^2=1$ 与直线 $x+y\sin\theta-1=0$ ($\theta\in\mathbb{R}, \theta\neq\pi/2+k\pi, k\in\mathbb{Z}$) 的位置关系是 ()

A 相交 B 相切 C 相离 D 不能确定

【猜题理由及命题趋势】

圆与直线的位置关系是高考常考知识点, 本题将判断圆与直线的位置关系问题与三角函数、点到直线的距离公式有机地组合在一起, 考查多个知识点, 符合现代高考命题原则.

【解析】

圆 $2x^2+2y^2=1$ 的圆心为 $P(0, 0)$, 半径 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$, P 到直线 $x+y\sin\theta-1=0$ ($\theta\in\mathbb{R}, \theta\neq\pi/2+k\pi,$

$k\in\mathbb{Z}$) 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{1+\sin^2\theta}}>\frac{\sqrt{2}}{2}$, 因此, 它们的位置关系是相离, 故选 C.

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 3

椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$) 上的右焦点 F , 右准线与 x 轴交于 E 点, 若椭圆的离心率为

$$e=\frac{\sqrt{2}}{2}, |EF|=1,$$

(1) 求 a, b 的值; (2) 过点 F 的直线交椭圆于 A, B 两点, 且 $\vec{OA}+\vec{OB}$ 与向量 $\vec{a}=(4, -\sqrt{2})$ 共线, 求 \vec{OA}, \vec{OB} 的夹角;

【猜题理由及命题趋势】

待定系数法确定方程, 注意几何量之间的关系构建方程组求解; 直线和圆锥曲线之间位置关系的研究方法, 设而不解, 整体思维, 在向量包装以求夹角背景出现, 网络解析几何和向量知识, 凸显解析几何的特点, 这是高考设置解析几何大题的常问形式, 要认真对待.

【标准解答】

$$(1) \begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{a^2}{c} - c = 1 \end{cases} \quad a = \sqrt{2}, c = 1 \therefore b = 1;$$

(2) 显然直线 AB 的斜率存在, 设其方程为 $y = k(x-1)$, 联立消元得,

$$\begin{cases} y = k(x-1) \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \Rightarrow (1+2k^2)x^2 - 4k^2x + (2k^2-2) = 0$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则

$$x_1 + x_2 = \frac{4k^2}{1+2k^2}, x_1x_2 = \frac{2(k^2-1)}{1+2k^2}$$

$$y_1 + y_2 = k(x_1-1) + k(x_2-1) = k(x_1+x_2) - 2k = k \times \frac{4k^2}{1+2k^2} - 2k = \frac{-2k}{1+2k^2}$$

$\vec{OA} + \vec{OB} = (x_1+x_2, y_1+y_2) = \left(\frac{4k^2}{1+2k^2}, \frac{-2k}{1+2k^2} \right)$, 已知 $\vec{OA} + \vec{OB}$ 与向量 $\vec{a} = (4, -\sqrt{2})$ 共线, 则

$$4 \times \frac{-2k}{1+2k^2} = -\sqrt{2} \times \frac{4k^2}{1+2k^2} \Rightarrow k^2 = \sqrt{2}k \Rightarrow k = \sqrt{2}, (\text{舍 } 0);$$

$$x_1 + x_2 = \frac{8}{5}, x_1x_2 = \frac{2}{5}, y_1y_2 = k(x_1-1)k(x_2-1) = k^2[x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1] = -\frac{2}{5}$$

$\Rightarrow \vec{OA} \perp \vec{OB} = x_1x_2 + y_1y_2 = 0$, 则 \vec{OA}, \vec{OB} 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$.

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 4

已知圆 A、圆 B 的方程分别是 $(x+2)^2 + y^2 = \frac{25}{4}$, $(x-2)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, 动圆 P 与圆 A、圆 B 均

外切, 直线 l 的方程为: $x=a (a \leq \frac{1}{2})$.

(1) 探求动圆圆心 P 的轨迹方程;

(2) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 点 P 到点 B 的距离与到直线 l 距离的比为定值吗? 请证明你的结论.

【猜题理由及命题趋势】

探求轨迹方程、圆锥曲线中的定值与最值、曲线的有关性质是解析几何中三种最常见的探索性高考题, 旨在考查探索能力和学习的潜能, 基于此, 特命制了本题.

【标准解答及评分标准】

(1) 设动圆 P 的半径为 r, 则 $|PA| = r + \frac{5}{2}$, $|PB| = r + \frac{1}{2}$,

$$\therefore |PA| - |PB| = 2.$$

\therefore 点 P 的轨迹是以 A、B 为焦点, 焦距为 4, 实轴长为 2 的双曲线的右支, 即所求的

方程为: $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1 (x \geq 1)$4 分

(2) 点 P 到点 B 的距离与到定直线 l 距离的比恒为定值 2.

因为 $a = \frac{1}{2}$, 则 l 的方程 $x = \frac{1}{2}$ 为双曲线的右准线,

则由双曲线第二定义知,

点 P 到点 B 的距离与到 l 的距离之比为双曲线的离心率 $e = 2$. ……6 分

(七) 立体几何

高考立体几何试题, 着重考查空间问题求解中的逻辑推理, 要求根据条件识图、画图和对图形进行空间想象, 以及对图形添加辅助线或对图形进行各种变换. 对图形的想象主要包括有图识图和无图想图两种, 是空间想象能力高层次的标志.

研究历年的高考题和 08 年的考试大纲和考试说明, 立体几何命题形式除保留传统的“四选一”的选择题型外, 还尝试开发了“多选填空”、“完型填空”、“构造填空”等题型, 并且这种命题形式正在不断完善和翻新; 解答题则设计成几个小问题, 此类考题往往以多面体为依托, 第一小问考查线线、线面、面面的位置关系, 后面几问考查空间角、空间距离、面积、体积等度量关系, 其解题思路也都是“作——证——求”, 强调作图、证明和计算相结合.

从方法上来看, 着重考查公理化方法, 如解答题注重理论推导和计算相结合, 考查转化的思想方法, 如经常要把立体几何问题转化为平面几何问题来解决; 考查模型化方法和整体考虑问题、处理问题的方法, 如有时把形体纳入不同的几何背景之中, 从而宏观上把握形体, 巧妙地解决问题; 考查割补法、等积变换法, 以及变化运动的思想方法, 极限方法等.

借助空间向量来证明线线平行、垂直, 用向量法求角和距离, 就是建立合理的空间直角坐标系, 正确地确定点的坐标, 大都通过数量积的运算完成, 这是由向量数和形的双重身份决定的, 它避免了传统的添加辅助线和面、做角和距离的较高的空间想象能力, 凸显了代数运算的价值, 提高学生解决空间问题的能力.

高考立体几何重点考查逻辑推理型问题, 要求能根据条件识图、画图和对图形的想像能力; 识图是指观察研究所给图形中几何元素之间的相互关系; 画图是指将文字语言和符号语言转化为图形语言, 以及对图形添加辅助图形或对图形进行各种变换. 对图形的想像主要包括有图识图和无图想图两种, 是空间想像能力高层次的标志. 解决立体几何的基本方法是将空间问题转化为平面的问题, 即空间问题平面化, 平面化的手法有: 平移 (包括线、面、体的平移)、投影、展开、旋转等变换; 也可借助空间向量的运算解决. 从历年的考题变化看, 有关线面位置关系、多面体的是非问题和有关计算与推理、球有关的线面关系与计算和非规则体中的角和距离以及折叠问题以选择和填空的形式出现, 以简单几何体为载体的线面位置关系的论证, 角与距离的探求中的两种思维方法是常考常新的热门话题.

本章内容在高考中无论在题型、题量和难度方面都比较稳定, 复习时应注意.

【预测试题】 1

设 a 、 b 是两条不同的直线, α 、 β 是两个不同的平面, 则下列四个命题 ()

- ① 若 $a \perp b, a \perp \alpha$, 则 $b \parallel \alpha$ ② 若 $a \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $a \perp \beta$
③ 若 $a \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $a \parallel \alpha$ ④ 若 $a \perp b, a \perp \alpha, b \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

其中正确的命题的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【猜题理由及命题趋势】

高考几乎每年都有一个小题考查有关线面位置关系的命题真假判断.

线线、线面、面面垂直与平行的判定和性质定理及有关空间概念,是解决命题真假类问题的方法和依据,实物的简单演示法、特例法,模型的使用是解决问题的法宝.命题真假的判断,正确命题一定利用空间概念和定理及结论进行逻辑推理,命题不成立一定要举出反例,只有这样才能自觉地培养空间想象能力和逻辑思维推理能力.

【标准解答】

选 B;

利用空间概念和定理,结合特殊的多面体概念构建特殊的模型切入,

注意 ① 中 b 和平面 α 的位置的情形,可能在 α 上,则命题错误;

③ 中 a 可能在 α 上,错误;

④ 中 $b // \alpha$, 或 $b \in \alpha$ 均有 $\alpha \perp \beta$,

故只有一个正确命题,故选 B.

【适合地区】

全国所有地区

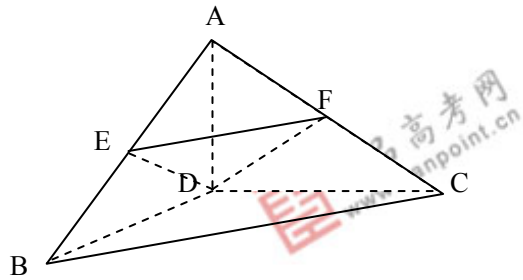
【预测试题】 2

如图,正三棱锥 D-ABC 的侧棱 DA、DB、DC 两两垂直且都是 1, E、F 分别是所在棱的中点.

(1) 求 CD 与平面 DEF 成的角;

(2) 求点 D 到平面 ABC 的距离;

(3) 在 AD 上求一点 M,使平面 DEF \perp 平面 MBC.



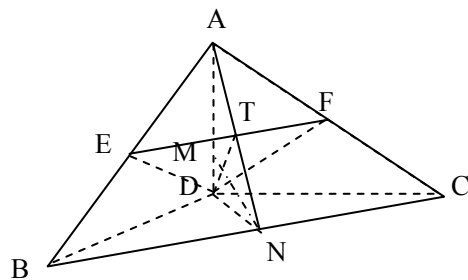
【标准解答与评分标准】

解法一:

(1) 分析:关键在于求出 C 到平面 DEF 的距离 h ,由于 F 是 AC 中点,因此点 C 到平面 DEF 的距离等于 A 到平面 DEF 的距离用等体积法容易求出这段距离,又知 CD 的长,从而可得到 CD 与平面 DEF 所成的角…… 4 分

(2) 用体积法容易求出是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ …… 8 分;

(3) 如图取 BC 中点 N,连接 AN 交 EF 于 T,易知所取点 M 只需满足 $MN \perp DT$ 即可,此时由条件容易证明 $MN \perp EF$ …… 12



解法二:

以点 D 为原点, DB、DC、DA 分别为 x、y、z 轴建立空间直角坐标系,用向量方法也可以求解.

【猜题理由】

这一道立体几何问题考查了重要的线面角的求法、点到面的距离和面面垂直的证明问题,3 道题的解法都不止一种,使考生入手点多样化,既可以用常规方法解决,也可以在空间坐标系下用向量方法解决,不失为一个很好的题目.

此题考查了立体几何的基础知识,基本方法和基本能力.

此题型与高考立体几何题型吻合,难度与高考难度要求一致.

【适考地区】

全国大纲卷地区

(八) 概率与统计

概率与统计是近代数学的重要分支,在现实生活中应用十分广泛,同时概率统计与排列组合又是紧密联系的,并要求学生能用所学知识解决一些简单的实际问题,进一步体会概率模型的作用及运用概率思考问题的特点,初步形成用随机变量观念观察、分析问题的意识.了解和使用一些常用的统计方法,进一步体会运用统计方法解决实际问题的基本思想,重点是离散型随机变量分布列及其均值和方差、抽样方法、总体分布估计.这是进一步学习概率论和数理统计的基础,也是每年高考的重点内容.

概率与统计试题是每年高考的必考内容,它以实际应用问题为载体,以排列组合和概率统计等知识为工具,以考查逻辑思维能力和分析、解决实际问题的能力为目的,是中档题,主要考查基本概念和基本公式,对等可能性事件的概率、互斥事件的概率、独立事件的概率、事件在 n 次独立重复试验中恰发生 k 次的概率及离散型随机变量分布列和数学期望等内容都进行了考查,一般以应用题和选择或填空题的形式考查.

加强本章知识与排列、组合及古典概型的联系,求解期望和方差的关键在于理解随机变量的任意性,确定求出分布列,而求分布列的关键在于正确利用排列、组合及古典概率知识求相应事件的概率,同时注意数学思想方法的运用,如化归、分类讨论、逆向思维等.

【预测试题】 1

A, B, C, D, E 5 人站成一排, A, B 均不与 C 相邻的排法有 () 种

A 28 B 24 C 48 D 36

【猜题理由及命题趋势】

本题由教材例题改编,凸显对立事件合理分类简化求解排列组合应用问题的思维方法,合理分类达到不重复和不遗漏,凸显高考试题来源于教材的特点.

【标准解答】

选 D;

间接法利用集合的交并关系,5 人站成一排有 A_5^5 种,其中不符合条件的 A 与 C 相邻有 $A_4^4 \cdot A_2^2$ 种, B 与 C 相邻有 $A_4^4 \cdot A_2^2$ 种,且这两类中都包含 A, B 都与 C 相邻的,而 A, B 都与 C 相邻有 $A_3^3 \cdot A_2^2$ 种,故符合条件的排法有 $A_5^5 - A_4^4 \cdot A_2^2 - A_4^4 \cdot A_2^2 + A_3^3 \cdot A_2^2 = 36$ 种. 故选 D;

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 2

用两种抽样的方法从含有 n 个个体的总体中,逐个抽取一个容量为 3 的样本,其中个体 a 在第一次就被抽到的概率为 $\frac{1}{8}$,则在整体抽样过程中个体 a 被抽到的概率为 ()

A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{n}$ D. $\frac{8}{n}$

【猜题理由及命题趋势】

本题的重点应放在两种抽样方法的特点及其适应范围和具体操作步骤上,重在理解抽样

的公平性.两种抽样方法的共同点都是等概率抽样,即抽样过程中每个个体被抽取的概率相等,体现了这两种抽样方法的客观性和公平性.若样本容量为 n , 总体的个体数为 N , 则用这

三种方法抽样时, 每一个个体被抽到的概率都是 $\frac{n}{N}$, 要弄清为什么?

一般地, 若样本容量为 n , 总体的个体数为 N , 从任意的某一个个体 A 入手, 互斥事件分类, 第 1 次抽到 A 的概率为 $\frac{1}{N}$, 第二次抽到 A 为相互独立同时发生的事件的概率为 $\frac{n-1}{N} \times \frac{1}{n-1} = \frac{1}{N}$, ... 第 n 次抽到 A 为相互独立同时发生的事件的概率为 $\frac{n-1}{N} \times \frac{n-2}{n-1} \times \frac{n-3}{n-2} \times \dots \times \frac{1}{N-n} = \frac{1}{N}$, 由互斥事件的加法公式有, 在整个抽样过程中每一个个体被抽到的概率都是 $\frac{n}{N}$.

【标准解答】

选 A;

由 2 种抽样的公平性, 已知 $P = \frac{1}{n} = \frac{1}{8}$, $\therefore n=8$, \therefore 整个抽样过程中个体 a 被抽到的概率为 $\frac{3}{8}$, 故选 A.

【适考地区】

全国所有地区

【预测试题】 3

某班学生有 54 人, 分为 6 个学习小组, 学校分配给这个班 8 个参加奥运会宣传活动的名额, 班委会决定每组至少分配给 1 个名额.① 求名额分配方法有多少种; ② 8 名同学被选出来后, 又分成 3 个小组去参加活动, 问有多少种分组的方法; ③ 设其中一个组人数是 ξ , 求 ξ 的分布列与期望.

【猜题理由及命题趋势】

这是一道背景新颖的概率与统计问题, 考查基础知识, 方法基本. 今年全国卷高考可能会考到这类问题, 此题与高考难度要求吻合.

【标准解答与评分标准】

① 隔板法, 有 $C_7^5 = 21$ 种分配方法;3 分

② 有两种情况, 共有 $\frac{C_8^3 C_5^3}{A_2^2} + \frac{C_8^2 C_6^2}{A_2^2} = 490$ 种分组方法;7 分

③ 略.....12 分

【适考地区】

全国大纲卷地区

【预测试题】 4

有 10 件产品, 其二等品率是 0.2, 其余为一等品.

1 每次抽取 1 件检验, 抽取后不放回,

①求第 3 次抽取时抽到到二等品的概率;

②求首次抽到一等品时, 抽取次数 x 的分布列;

2 从中抽取 2 件进行检验, 求抽到二等品的概率和抽取到的二等品数 ξ 的分布列与期望;

【猜题理由及命题趋势】

这是一道植根于课本的概率与统计问题，考查基础知识，方法基本。今年全国卷高考可能会考到这类问题，此题与高考难度要求吻合。

【标准解答与评分标准】

有条件知，有 2 件二等品

1 ① 0.2……3 分

② x 的分布列为

x	1	2	3
P	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{17}{45}$

……7 分

$$2 P(\xi=0) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}, \quad P(\xi=1) = \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45}, \quad P(\xi=2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45},$$

则抽到二等品的概率

为 $\frac{17}{45}$.

ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{28}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{1}{45}$

$$E\xi = \frac{18}{45} \quad \dots\dots 12 \text{ 分}$$

【适考地区】

全国大纲卷地区

三 高考的准备与应试

高考是对每一位考生全方位、多层面综合检测的考试形式. 它不仅对考生的知识与智力 (包括基础知识的理解与掌握能力、知识迁移能力、综合思维能力、临场发挥能力等) 作了检测, 同时, 也对考生的心理素质、行为习惯、实际处理问题的能力作了一次比较全面的测试. 可以说, 考查知识智力与检测心理素质和行为习惯共同构成了考试的实际成果和意义.

目前已值高考复习的最后冲刺阶段, 怎样充分利用这段宝贵的时间做好考前准备工作, 在考场上发挥出自己最好水平, 是广大考生普遍关心的问题. 在此, 结合自己多年指导学生高考的经验, 与高三的同学们谈谈高考最后阶段的复习与临场应试等问题.

(一) 考前一个月怎么做

1. 复习策略

① 加强计划, 克服盲目

高考最后阶段复习切忌东一榔头, 西一杠子, 或是跟着别人走, 人家干啥我干啥, 这样做可不行, 应按计划行事, 制定好每一周、直至每一天的复习计划, 根据自己的实际情况去进行复习.

② 考前的最后阶段应注意在教师指导下,在“教材重点”、“高考热点”上着重加强;在“知识盲点”、“解题弱点”上及时查缺补漏。

③ 考前的最后阶段仍需要一定数量的动笔练习,但既不能搞低水平重复,也切忌死钻偏、刁、怪题。要讲究练习的目的性、针对性、有效性。通过练习:巩固基本知识、把握基本方法、娴熟基本技能、训练解题速度、提高解题准确率,这应是最后阶段的复习目的。

④ 要注意一点,每张试卷对各个考生的要求不一样,多数考生(除了想考北大、清华者)没有必要完成整张试卷(可能也没有能力完成)。所以在答题的时候,一定要认清这张试卷哪些是自己不必要完成的,把它们撇开,这样自己的复习任务量就削减了,心理焦虑也就少发生一些。在自己完成了该完成的题之后,再去对付那些本不该自己完成的题,有一种赢利的心理成功。

也就是说,基础好的考生应多解综合型题,基础比较薄弱的考生还应以复习基础题为主。基础题简单,但却并不一定能得分,这是同学们普遍存在的问题。不轻视易题,谨慎对待难题,保证准确率,是考前与考试中都要注意的。

2. 考前心理准备

做好考前心理准备,既要有理念上的认识与提高,又要有措施上的准备与保障,(知道一些可能发生的事情,总是一种好的心理准备),这应从以下几方面入手。

① 要从竞争的高度来看待高考

这是一场怎样的竞争呢?

这是胆略的竞争。在强手如林的考场,面对一道道雄关似的考题,如何做到从容镇定?定心丸、壮胆药都不起作用。这种勇气要在平时应考锻炼中长成。

这是意志和毅力的竞争。

这还是一场修身养性的竞争。高考在即,不能再老按自己的好恶行事,要使自己变得理智起来。比如,在容易烦躁的高考前夕,要驾驭情感之舟,使自己不烦不燥。吃不下饭时,要努力吃饱吃好;睡不好觉时,要想法睡好睡足;在愁眉苦脸时,还应千方百计使自己走出情绪的低谷,进入微笑状态。

② 对自己要有正确的定位,切忌好高骛远

正确的定位是高考成功的关键之一。所谓定位,即根据你所在的学校在本市、本省的相对位置,根据你在本班级中所处的相对位置,给自己正确、客观的估计。宁可期望值适当降低一点儿,以一颗“平常心”来对待高考,这样在临场时就不会因为有不会的题而焦躁不安,就能很理智地对待它,并冷静地去思考、解决它。

③ 稳定情绪 克服干扰

学习的紧张,天气的燥热,外界(可能还有家庭内部)的干扰,都会使你情绪波动。这时,一定要学会控制自己,用理智来战胜躁动。多想一些高兴事,适时做深呼吸,听听舒缓、轻柔的音乐,同父母或好友倾诉倾诉,用以调节自己的情绪,使自己一直保持愉悦的心情,稳定愉悦的情绪是通向胜利的桥梁。

3. 考前生理准备

① 劳逸结合,学会休闲

紧张、繁重的复习难免有时会使人神经紧张、精神压抑,此时,最好能暂时丢下书本漫步于户外,看春华秋实,听蝉鸣鸟啼,置身于大自然的怀抱,去调适一下紧张的心态,休息一下疲惫的身体。

② 适当锻炼,心境乐观

例如散步、慢跑、游泳等,可使人信心倍增,精力充沛,这些活动让人肌体彻底放松,从而消除紧张和焦虑.

③ 注重饮食营养和卫生

读书和考试既是心智上的竞争,同时也是体力上的竞争,考前的营养补充需大大加强(尤其是肉、蛋、奶等,不要相信任何健脑健身药品,如有这类东西,那一定也是加拿大的本·约翰逊等人吃的兴奋剂).另外,考前气候炎热,细菌横行,同学们一定要特别注意饮食卫生,千万别因患病而影响到考前复习尤其是临场发挥.

(二) 考前最后一周怎么做

1. 此时起不要再解难题

应把复习的强度与密度逐渐降低,休息时间逐渐增加(这与体育比赛前的放松是一样的),让复习在轻松的心态中进行,使心理和生理处于一种良好的备战状态.

尽可能每天对所考科目都有所接触,以保持对每一考科的良好竞技状态.

考前三天一般不再解题,以看书为主.

2. 正确的定位是高考成功的关键之一

所谓定位,即根据你所在的学校在本市、本省的相对位置,根据你在本班级中所处的相对位置,给自己正确、客观的估计.宁可期望值适当降低一点儿,以一颗“平常心”来对待高考,这样在临场时就不会因为有不全会的题而焦躁不安,就能很理智地对待它,并冷静地去思考、解决它.

3. 读书和考试既是心智上的竞争,同时也是体力上的竞争,考前的营养补充需大大加强(尤其是肉、蛋、奶等,不要相信任何健脑药品,如有这类东西,那一定也是加拿大的本·约翰逊等人吃过的兴奋剂).另外,考前气候炎热,细菌横行,同学们一定要特别注意饮食卫生,千万别因患病而影响到考前复习尤其是临场发挥.

既然谈到“吃”,提醒同学们:牛奶是好东西,但别在早上吃,那有催眠作用.

(三) 数学科最后的应考准备

1. 这几天应做好以下三项准备工作——读、清、练:

① 回归课本,将课本上的定义、定理、公式等重点内容“熟读”备用!!(公式熟了吗?)

② 将近期暴露出来的“地雷”逐一清除!!(错题本上题目过了吗?)

③ 每天完成部分选择题、填空题、中档解答题,练笔熟手!!(你练了吗?)

2. 考前每晚睡足八个小时,吃清淡早餐、营养中晚餐.

3. 在“要发”(6月7日)的早晨

正常起身吃完早餐后,按清单带齐一切用具,查看两证、数学文具(包括三笔、直尺或多用板、圆规、橡皮等)等是否带齐?至少提前半小时到达考区,一方面可以消除新异刺激,稳定情绪,从容进场,另一方面也留有时间提前进入“角色”——让大脑开始简单的数学活动,进入单一的数学情境.

(四) 临场应试策略

1. 进考场前须知

① 此时绝不可以再去看书和背公式 (此紧要时刻对某一内容的强制记忆会使对其他更多内容的记忆受到抑制)。

② 考生的权利: 按时领到试卷; 不受干扰地答题, …… 有问题及时向监考人员直至考点主任反映。

2. 准确、迅速地审题

审题能力强, 是提高正确答题和答题速度的前提条件; 审题能力差或者马虎, 是做错题和答题速度慢的原因之一, 拿到试卷, 要迅速而准确地看清楚题目的要求, 千万不要马虎大意, 防止一看就会, 一做就错

3. 整体把握, 先易后难, 会做的全做对

刚进入考场, 心情一般较紧张, 记忆、思维未达最佳状态, 采用先易后难的策略, 先做容易的题目, 不仅有利于顺利地拿到基本分, 增加考分的累积, 而且因为 " 顺利 " 还会给自己增添信心、稳定情绪, 使智力活动恢复正常, 从而使自己的水平得到充分的发挥。

一般按照题号顺序解答, 但不能遇到难题也寸步不让、盯住不放, 以至出现思维 " 卡壳 ", 使自己有 " 开局不利 " 之感, 从心理上影响到后面题目的解答, 这种做法很不科学。

对解答题切不可整体放弃, 一定把容易拿到的分 (前 1、2 小题, 或一个题目的前面部分) 先拿到手。

记住一点: 凡是会做的题, 应该力求一遍就做对 (复查的时间几乎是没的)。在平时也应对自己这样要求。

4. 自信从容, 适当紧张, 正常发挥水平

高考应试是一种要调动多种积极因素的复杂劳动, 需要在情绪稳定的前提下有条不紊地进行, 但考前和考试中出现一点紧张和焦虑是正常的, 完全地放松不可能, 必要的适度紧张不可少, 千万不要因为害怕自己出现焦虑而更焦虑。对这些问题, 在考前就应有一定的心理准备。

因此, 既不能 " 上场昏 ", 见到生题就紧张、害怕; 但也不能见到熟题却因掉以轻心、粗枝大叶而铸成大错。

请同学们记住: (在解题时) "多出妙手不如减少失误"; "少丢分等价于多得分"; "不要去想什么超水平发挥, 能正常发挥就行"。

高考是人生的一次重要经历, 但它也仅仅是一次考试, 因此在考前, 既要 " 胸中有大志 ", 也应 " 心态永平和 "。

相信同学们都能正常发挥出自己的最好水平, 在高考中考出好成绩。

祝每一位同学成功!