

本讲要点

命题逻辑的基本知识
及其在 GCT 考试中的应用
模拟试题强化训练
命题逻辑的基本知识

知识点

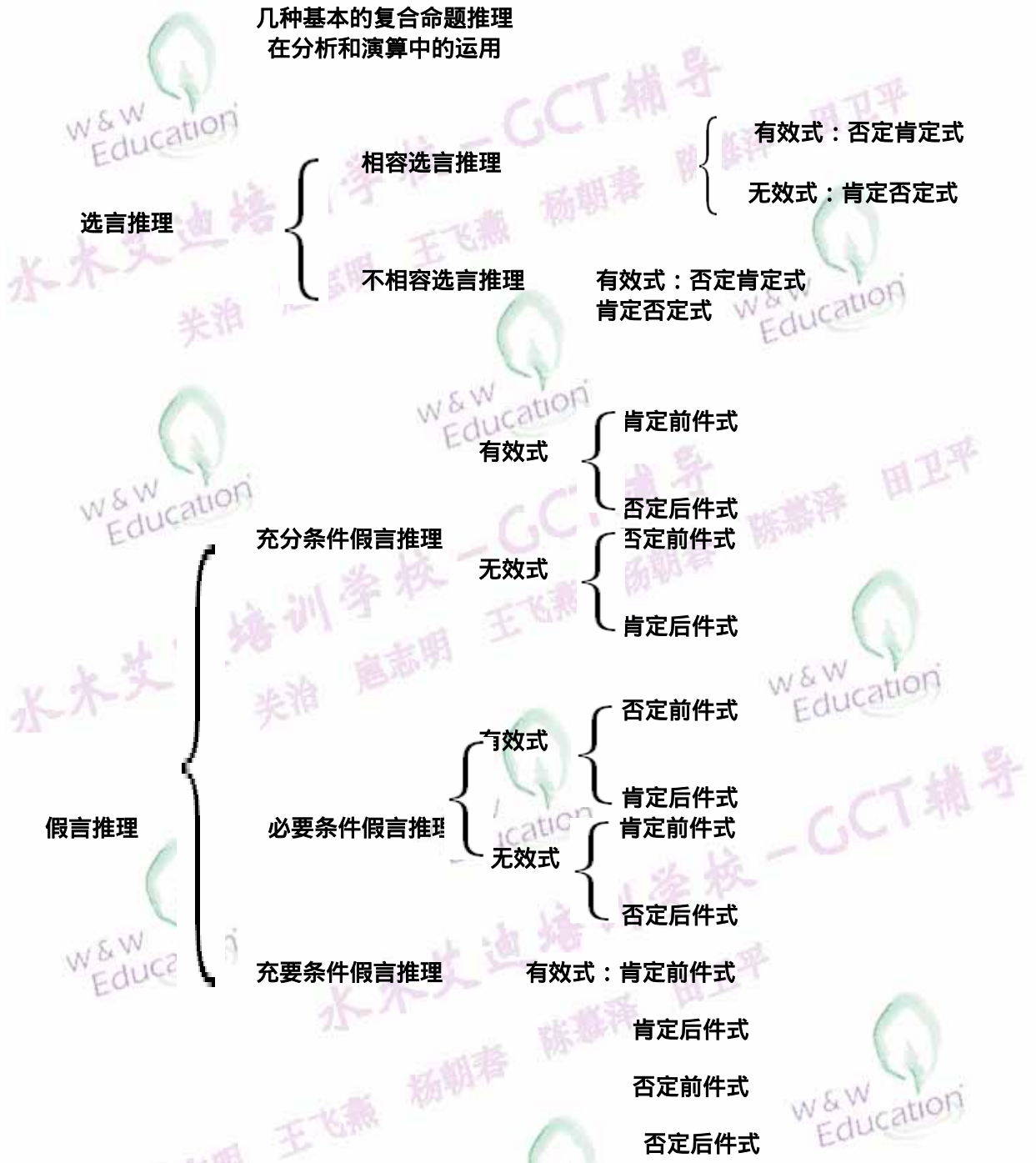
什么是命题？
几种基本类型的复合命题
负复合命题的等值命题
几种基本类型的复合命题推理
在 GCT 考试中最具应用价值的
几个命题逻辑的知识点

条件关系分析
充分条件
必要条件
充分必要条件

命题推理的形式分析
几个重要的等值公式在分析和演算中的运用

- $\neg (p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
- $\neg (p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
- $\neg (\text{要么 } p, \text{ 要么 } q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$
- $\neg (p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$
- $\neg (\text{只有 } p \text{ 才 } q) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$
- $\neg (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$
- $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$

几种基本的复合命题推理
在分析和演算中的运用



什么是命题？

表达判断的语句，称为命题。

判断
语句
命题

命题的真值

命题的基本特征是有真假。任何命题，或者真，或者假，但不能既真又假。命题的真、假二值，统称为命题的真值。真命题的真值为真，假命题的真假为假。

支命题

一个命题所包含的与自身不同的命题，称为该命题的支命题。

- 1 天下着雨，并且地上是湿的。
- 2 天没下雨，或者地上是湿的。
- 3 如果天下雨，那么地上是湿的。

原子命题

不包含支命题的命题，称为原子命题。如：

- 1 天下着雨
 - 所有的金属都是导电的。
 - 有的新闻报导不是真实的。
 - 圆是平面上一动点围绕一定点作等距离运动所留下的轨迹。

复合命题 / (逻辑) 联结词

复合命题是包含支命题的命题，并且其真值是其支命题的真值按照一定的逻辑关系唯一地确定的。

表达这种逻辑关系的语词，称为逻辑联结词，简称联结词。

常用联结词包括：

- 并非
- 并且
- 或者
- 要么...要么
- 如果...那么
- 只有...才
- 当且仅当

通常以 p 、 q ... 等小写英语字母表示原子命题， p 、 q ... 等称为命题变项。在同一设定中，同一命题变项表示同一原子命题；不同的命题变项表示不同的原子命题。

如：令 p 表示“小张高”， q 表示“小张胖”，则“小张既高又胖”的符号表达式是：

p 并且 q

支命题可以是原子命题，也可以是复合命题。

[思考]

总经理：根据本公司目前的实力，我主张环岛绿地和宏达小区这两项工程至少上马一个，但清河桥改造工程不能上马。

董事长：我不同意。

分别写出表达总经理和董事长意见的符号表达式。

p 表示“环岛绿地工程上马”；

q 表示“宏达小区工程上马”；

r 表示“清河桥改造工程上马”。

总经理：根据本公司目前的实力，我主张环岛绿

地和宏达小区这两项工程至少上马一个，
但清河桥改造工程不能上马。

总经理的意见是： $(p \text{ 或者 } q) \text{ 并且 } (\text{非 } r)$

董事长：我不同意。

董事长的意见是： $\text{并非 } ((p \text{ 或者 } q) \text{ 并且 } (\text{非 } r))$

复合命题 = 原子命题 + 联结词

复合命题是原子命题和联结词的合式构成

几种基本的复合命题

联言命题

选言命题 { 相容
不相容

假言命题 { 充分条件
必要条件
充要条件

负命题

定义

分类

一般形式

日常语言形式

符号形式

逻辑值（真值表）

联言命题

定义

联言命题是断定支命题都真的复合命题。如：

“我们不但要建设物质文明，而且要建设精神文明”。

一般形式

$p \text{ 并且 } q$ 。其中，命题变项 p 和 q 称为联言支；“并且”是联结词。一个联言命题的联言支可以多于 2 个。

日常语言形式

在日常语言中，联言命题“ p 并且 q ”也表述为“不但 p ，而且 q ”、“既 p 又 q ”、“虽然 p ，但是 q ”、“不仅 p ，也 q ”，等等。有的联言命题省略了联结词，如“知无不言，言无不尽，言者无罪，闻者足戒”，就是一个省略了联结词的有 4 个联言支的联言命题。

符号形式

联言命题的符号形式是： $p \wedge q$ 。“ \wedge ”读作“合取”，表示“并且”。在 $p \wedge q$ 中， p 、 q 称为合取支。

逻辑值

复合命题的真值称为逻辑值，因为其真值是由构成它的原子命题的真值逻辑地确定的。

联言命题断定联言支都真，因此，一个联言命题，只有在联言支都真的情况下才是真的，在其余情况下都是假的。联言命题的真值可用以下的表格刻画：

p	q	p q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

左面这样的表格称为真值表。

真值表列出了在原子支命题的每一组真值组合的情况下复合命题的真值。

真 真 = 真
 真 假 = 假
 假 真 = 假
 假 假 = 假

选言命题

定义

选言命题是断定至少有一个支命题中为真的复合命题。如“明天我或者登长城，或者游香山”。

分类

[思考] 试比较以下两个选言命题：

- (1) 老张是诗人，或者是画家。
- (2) 老张要么是四川人，要么是湖南人。

命题(1) 断定“老张是诗人”和“老张是画家”这两种事物情况至少有一种存在，但也可以同时存在，也就是说，“老张是诗人”和“老张是画家”是相容的。

命题(2) 断定“老张是四川人”和“老张是湖南人”两种事物情况至少有一种存在，但不能都存在，也就是说，“老张是四川人”和“老张是湖南人”是不相容的。

依此，选言命题分为相容选言命题和不相容选言命题。

相容选言命题

定义：相容选言命题是断定支命题中至少有一真，但也可以都真的选言命题。

一般形式：p 或者 q。其中，p 和 q 称为选言支；“或者”是联结词。选言支可以多于 2 个。

符号形式：相容选言命题的符号形式是： $p \vee q$ 。“ \vee ”读作“析取”，表示“或者”。在 $p \vee q$ 中，p、q 称为析取支。

逻辑值：相容选言命题断定选言支中至少有一真，也可以都真，因此，一个相容选言命题，只有在选言支都假的情况下才是假的，在其余情况下都是真的。

相容选言命题的真值表如右：

p	q	$p \vee q$
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

	真	∨	真	
=	真	∨	假	
=	假	∨	真	
=	真	∨	真	
	假	∨	假	= 假

不相容选言命题

定义：不相容选言命题是断定支命题中至少有一真，并且至多有一真的选言命题。

一般形式：要么 p，要么 q。同样，选言支也可以多于 2 个。

符号形式（省略）

逻辑值：不相容选言命题断定选言支中至少有一真，并且至多 有一真。因此，不相容选言命题的真值表如右：

p	q	要么 p，要么 q
真	真	假
真	假	真
假	真	真
假	假	假

在日常语言中，“要么...，要么”只表示不相容选言命题，“或者...，或者...”可以表示相容，也可以表示不相容选言命题，至于实际上表示哪类选言命题，要根据具体的语境而定。如：

- 小张或者报考文科，或者报考理科。
- 今年暑假小张或者去张家界，或者去九寨沟。

[思考]

在下句的括号中填入哪个或哪些选项是适当的？
相容选言命题和不相容选言命题的共同之处是（ ）。

- A. 都断定至少有一个选言支是真的。
- B. 如果其选言支都是假的，则自身是假的。
- C. 如果至少有一个选言支是真的，则自身是真的。

答案：A、B

[例]

在讨论一项提案时，会议的主持者说：“每一个与会者，要么支持 A 提案，要么支持 B 提案，决不允许含糊其词，模棱二可。”

从主持者的话中，不可能推出的结论是：

- A. 如果支持 A 提案，那么就不支持 B 提案。
- B. 支持 A 提案，或者支持 B 提案。
- C. 不支持 A 提案，或者不支持 B 提案。
- D. 或者支持 A 提案，或者不支持 B 提案。

解析：

答案是 D。

“要么支持 A 提案，要么支持 B 提案”表示的是：每一个与会者在 A、B 两个提案中，必须支持其中的一个并且只能支持其中的一个，既不能一个也不支持，也不能两个都支持，至于

具体支持哪个提案或不支持哪个提案，并没有提出要求。

选项 D“或者支持 A 提案，或者不支持 B 提案”是一个相容的选言命题，两个支命题“支持 A 提案”和“不支持 B 提案”中只要有一个支命题为真，则整个选言命题为真。如果两个提案都支持或者两个提案都不支持，D 项都可以为真，因此，D 项不符合主持人的意见。（分析错）
假言命题

定义：假言命题是断定事物情况之间的条件关系的复合命题。

事物情况之间的条件关系

充分条件关系

必要条件关系

充分必要条件关系

p 是 q 的充分条件，是指：有 p 一定有 q，无 p 未必无 q（即如果无 p，则有 q 或无 q 都不能确定）。

如“天下雨”是“地上湿”的充分条件：天下雨，地上一定湿；天不下雨，地上不一定不湿。

p 是 q 的必要条件，是指：无 p 一定无 q，有 p 未必有 q（即如果有 p，则有 q 或无 q 都不能确定）。

如“年满 18 岁”是“有选举权”的必要条件：不满 18 岁，一定没有选举权；满 18 岁，不一定有选举权。

显然。如果 p 是 q 的充分条件，则 q 是 p 的必要条件。反之亦然。

p 是 q 的充要条件，是指：有 p 一定有 q，无 p 一定无 q。

例如对同一个三角形，三内角相等是三边相等的充要条件：三内角相等，则三边一定相等；三内角不等，则三边一定不等。

[思考]

“犯罪”和“违法”之间是什么关系？

- A. 前者是后者的充分条件
- B. 前者是后者的必要条件
- C. 前者是后者的充分必要条件
- D. 前者和后者不构成条件关系

（注：若 C 项成立，则 A 和 B 项自然同时成立。约定：若选 C 项，则不选择 A 或 B 项）
答案：A

[思考]

“认识错误”是“改正错误”的（ ）

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充分必要条件
- D. 不构成条件关系

（注：若 C 项成立，则 A 和 B 项自然同时成立。约定：若选 C 项，则不选择 A 或 B 项）
答案：B

[思考]

“吸烟”是“患肺癌”的（ ）

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充分必要条件
- D. 不构成条件关系

（注：若 C 项成立，则 A 和 B 项自然同时成立。约定：若选 C 项，则不选择 A 或 B 项）
答案：

[思考]

在下句的括号中填入哪个或哪些选项是适当的？

如果 p 是 q 的充分条件，则 ()。

- A . q 一定是 p 的必要条件。
- B . p 一定不是 q 的必要条件。
- C . q 可能是 p 的充分条件。

答案：A、C

[思考]

没有共产党，就没有新中国。

从上述断定能推出以下哪个或哪些结论？

- A . 有共产党是有新中国的充分条件
- B . 有共产党是有新中国的必要条件
- C . 有新中国是有共产党的充分条件
- D . 不构成条件关系

答案：B、C

假言命题

分类：根据事物的条件关系的不同，假言命题可以分为充分条件、必要条件和充要条件假言命题三种。

充分条件假言命题

定义：充分条件假言命题是断定事物情况之间的充分条件关系的假言命题，如：“如果把理论当作教条，那么只能束缚思想”就是充分条件假言命题，它断定“把理论当作教条”是“束缚思想”的充分条件。

一般形式：如果 p，那么 q。其中，p 称为前件，q 称为后件；联结词是“如果...，那么...”。充分条件假言命题断定前件是后件的充分条件。

日常语言形式：

在日常语言中，充分条件假言命题“如果 p，那么 q”也表述为“只要 p，就 q”、“若 p，则 q”、“一旦 p，就 q”，等等。

符号形式：

充分条件命题的符号形式是： $p \rightarrow q$ 。
“ \rightarrow ”读作“蕴涵”， $p \rightarrow q$ 表示“如果 p，那么 q”。

逻辑值：

一个充分条件假言命题，只有在前件真并且后件假的情况下才是假的，在其余情况下都是真的。

其真值表如右：

p	q	$p \rightarrow q$
真	真	真
真	假	假
假	真	真
假	假	真

真 \rightarrow 真
 = 假 \rightarrow 真
 = 假 \rightarrow 假
 = 真
 真 \rightarrow 假 = 假

必要条件假言命题

定义：必要条件假言命题是断定事物情况之间的必要条件关系的假言命题，如：“只有年满 18 岁，才有选举权”就是必要条件假言命题，它断定“年满 18 岁”是“有选举权”的必要条件。

一般形式：只有 p，才 q。p 和 q 分别称为前件和后件；联结词是“只有...，才...”。必要条件假言命题断定前件是后件的必要条件。

日常语言形式：

在日常语言中，必要条件假言命题“只有 p，才 q”也表述为“没有 p，就没有 q”，“除非 p，否则不 q”等。

符号形式（省略）

逻辑值：

一个必要条件假言命题，只有在前件假并且后件真的情况下才是假的，在其余情况下都是真的。

其真值表如右：

p	q	只有 p，才 q
真	真	真
真	假	真
假	真	假
假	假	真

充要条件假言命题

定义：充要条件假言命题是断定事物情况之间的充要条件关系的假言命题，如：“一个三角形的三内角相等，当且仅当它的三边相等”就是充要条件假言命题，对于同一三角形，它断定“三内角相等”是“三边相等”的充要条件。

一般形式：p，当且仅当 q。

日常语言形式：

“当且仅当”不是日常语言用语。在日常语言中，充要条件假言命题表述为“如果 p，则 q，并且只有 p，才 q”。

符号形式：

充要条件假言命题的符号形式是：p \leftrightarrow q。“ \leftrightarrow ”读作“当且仅当”。

逻辑值：

一个充要条件假言命题，只有在前、后件取相同的真值时才是真的，在其余情况下都是假的。

其真值表如右：

p	q	$p \leftrightarrow q$
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	真

$$\begin{aligned} & \text{真} \leftrightarrow \text{真} \\ = & \text{假} \leftrightarrow \text{假} \\ = & \text{真} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{真} \leftrightarrow \text{假} \\ = & \text{假} \leftrightarrow \text{真} \\ = & \text{假} \end{aligned}$$

负命题

定义：负命题是否定一个命题所得到的命题。如：“并非闪光的都是金子”就是负命题。

一般形式：并非 p。有时简称非 p。其中，p 是支命题，“并非”是联结词。

日常语言形式：在日常语言中，“并非 p”也表述为“p 不成立”，“p 不符合事实”等。

符号形式： $\neg p$ 。“ \neg ”读作“并非”。

逻辑值：一个负命题是真的，当且仅当它所否定的支命题是假的。其真值表如下：

p	$\neg p$
真	假
假	真

$$\begin{aligned} \neg \text{真} &= \text{假} \\ \neg \text{假} &= \text{真} \end{aligned}$$

[思考]

计算真值 (\neg 的结合力最强，其余相同)：

$$\begin{aligned} & \neg (\text{假} \leftrightarrow \text{假}) \rightarrow (\text{真} \vee (\text{假} \wedge \neg \text{假})) \\ = & \neg \text{真} \rightarrow (\text{真} \vee (\text{假} \wedge \text{真})) \\ = & \neg \text{真} \rightarrow (\text{真} \vee \text{假}) \\ = & \text{假} \rightarrow \text{真} \\ = & \text{真} \end{aligned}$$

负复合命题的等值命题

什么是一个复合命题的等值命题？

复合命题 A 和复合命题 B 等值，是指它们具有相同的逻辑值，即具有相同的真值表。

例如：“p 并且 q”和“p 或者 q”不等值，因为它们具有如下不同的真值表：

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	假	真
假	假	假	假

但“p 并且 q”和“并非：如果 p，则非 q”等值，因为它们具有相同的真值表：

	p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \rightarrow \neg q)$
	真	真	真	$\neg(\text{真} \rightarrow \neg \text{真}) = \text{真}$
	真	假	假	$\neg(\text{真} \rightarrow \neg \text{假}) = \text{假}$
	假	真	假	$\neg(\text{假} \rightarrow \neg \text{真}) = \text{假}$
	假	假	假	$\neg(\text{假} \rightarrow \neg \text{假}) = \text{假}$

[思考]

写出和“只有 p，才 q”等值的命题公式（其中只出现 p、q、 \neg 、 \leftrightarrow 、 \rightarrow 、 \vee 和 \wedge ）

$$\begin{aligned} & \text{只有 } p, \text{ 才 } q \\ & = \neg p \rightarrow \neg q \end{aligned}$$

p	q	只有 p, 才 q	$\neg p \rightarrow \neg q$
真	真	真	真
真	假	真	真
假	真	假	假
假	假	真	真

[思考]

写出和“要么 p，要么 q”等值的命题公式（其中只出现 p、q、 \neg 、 \leftrightarrow 、 \rightarrow 、 \vee 和 \wedge ）

$$\begin{aligned} & \text{要么 } p, \text{ 要么 } q \\ & = (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \\ & = (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \end{aligned}$$

p	q	要么 p, 要么 q	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$
真	真	假	假
真	假	真	真
假	真	真	真
假	假	假	假

p	q	要么 p, 要么 q	$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$
真	真	假	假
真	假	真	真
假	真	真	真
假	假	假	假

[思考]

证明：“ $p \vee q$ ”和“ $\neg p \rightarrow q$ ”等值。

p	q	$p \vee q$	$\neg p \rightarrow q$
真	真	真	真
真	假	真	真
假	真	真	真
假	假	假	假

几种基本类型的复合命题推理

联言推理

相容选言推理

选言推理

不相容选言推理

假言推理

- 充分条件假言推理
- 必要条件假言推理
- 充要条件假言推理

联言推理

- 合成式
- 分解式

联言推理

分解式：

p 并且 q

所以, p

或者

p 并且 q

所以, q

例如：

革命不能输出，也不能输入

所以，革命不能输出。

或者：

革命不能输出，也不能输入

所以，革命不能输入。

合成式：

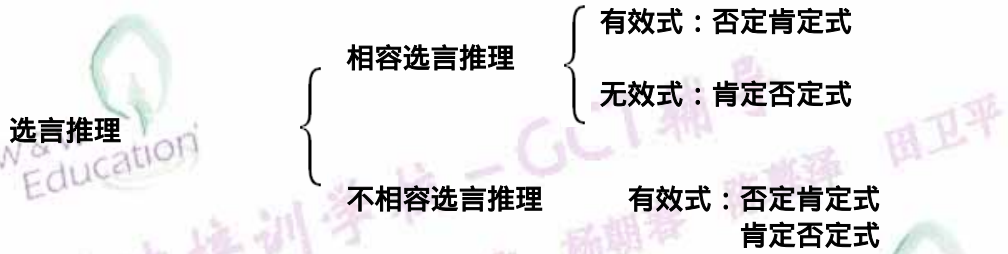
p
q

所以, p 并且 q

例如：

社会需要稳定
社会需要发展

所以，社会需要稳定，并且需要发展



相容选言推理

否定肯定式 (有效式):

p 或者 q		p 或者 q
非 p		非 q
-----		-----

或者

所以, q

所以, p

例如:

犯错误或是主观原因, 或是客观原因
 某甲犯错误不是主观原因

所以, 某甲犯错误是客观原因

这是相容选言推理的否定肯定式, 是正确的。

肯定否定式 (无效式):

p 或者 q		p 或者 q
p		q
-----		-----

或者

所以, 非 q

所以, 非 p

例如:

犯错误或是主观原因, 或是客观原因
 某甲犯错误是主观原因

所以, 某甲犯错误不是客观原因

这是相容选言推理的肯定否定式, 是错误的。

不相容选言推理

否定肯定式(有效式):

要么 p, 要么 q		要么 p, 要么 q
非 p		非 q
-----		-----

或者

所以, q

所以, p

例如:

要么改革开放, 要么闭关锁国
 我们不能闭关锁国

所以, 我们只能改革开放

这是不相容选言推理的否定肯定式, 是正确的。

肯定否定式 (有效式):

要么 p, 要么 q		要么 p, 要么 q
p		q
-----		-----

或者

所以, 非 q

所以, 非 p

例如:

所以，非 q

所以，非 p

例如：

要么改革开放，要么闭关锁国
我们坚持改革开放

所以，我们不能闭关锁国
这是不相容选言推理的肯定否定式，是正确的。

[思考] 以下的推理正确吗？

对西方文化，或者全盘照搬，或者批判地吸收
我们批判地吸收西方文化

因此，我们不全盘照搬西方文化

这一推理前提中的选言命题事实上断定选言支不能同真，因此，它是不相容选言推理的肯定否定式，是正确的。

在日常语言中，“要么...，要么...”只用于表达不相容选言命题；“或者...，或者...”可以表达相容选言命题，也可以表达不相容选言命题。因此，在进行选言推理有效性的判定时，首先要根据语境，确定选言推理的类型。



充分条件假言推理

充分条件假言命题断定前后件的关系是：若有前件则有后件；若无后件则无前件。因此，

充分条件假言推理的规则是：

- 肯定前件可以肯定后件；
- 否定后件可以否定前件；
- 否定前件不能否定后件；
- 肯定后件不能肯定前件。

根据这些规则，充分条件假言推理有两个有效式（肯定前件式和否定后件式）和两个无效式（否定前件式和肯定后件式）。

肯定前件式（有效式）

如果 p，那么 q

p

所以 q

例如： 如果患肺炎，那么就会发高烧
小张患肺炎

所以，小张会发高烧

这是充分条件假言推理的肯定前件式，是正确的。

否定后件式（有效式）

如果 p，那么 q

非 q

所以非 p

例如：如果患肺炎，那么就会发高烧
小张未发高烧

所以，小张未患肺炎

这是充分条件假言推理的否定后件式，是正确的。

否定前件式（无效式）：

如果 p，那么 q

非 p

所以非 q

例如：如果患肺炎，那么就会发高烧
小张未患肺炎

所以，小张不会发高烧

这是充分条件假言推理的否定前件式，是错误的。

肯定后件式（无效式）

如果 p，那么 q

q

所以 p

例如：如果患肺炎，那么就会发高烧

小张发高烧

 所以，小张患肺炎
 这是充分条件假言推理的肯定后件式，是错误的。

必要条件假言推理

必要条件假言命题断定前后件的关系是：若无前件则无后件；若有后件则有前件。因此，必要条件假言推理的规则是：

- 否定前件可以否定后件；
- 肯定后件可以肯定前件；
- 肯定前件不能肯定后件；
- 否定后件不能否定前件。

根据这些规则，必要条件假言推理有两个有效式（否定前件式和肯定后件式）和两个无效式（肯定前件式和否定后件式）。

否定前件式（有效式）

只有 p，才 q
 非 p

 所以非 q

例如：只有年满 18 岁，才有选举权
 小张不满 18 岁

 所以，小张没有选举权

这是必要条件假言推理的否定前件式，是正确的。

肯定后件式（有效式）：

只有 p，才 q
 q

 所以 p

例如：只有年满 18 岁，才有选举权
 小张有选举权

 所以，小张满 18 岁

这是必要条件假言推理的肯定后件式，是正确的。

肯定前件式（无效式）

只有 p，才 q
 p

 所以 q

例如：只有年满 18 岁，才有选举权
 小张年满 18 岁

 所以，小张有选举权

这是必要条件假言推理的肯定前件式，是错误的。

否定后件式（无效式）

只有 p , 才 q
非 q

所以非 p

例如：只有年满 18 岁，才有选举权
小张没有选举权

所以，小张不满 18 岁
这是必要条件假言推理的否定后件式，是错误的。

充要条件假言命题断定前后件的关系是：若有前件则有后件；若无前件则无后件；若有后件则有前件；若无后件则无前件。因此，充要条件假言推理的规则是：
肯定前件可以肯定后件；否定前件可以否定后件；
肯定后件可以肯定前件；否定后件可以否定前件。

根据这些规则，充要条件假言推理有四个有效式：肯定前件式、肯定后件式、否定前件式和否定后件式。

例如：

坚持并且只有坚持实事求是，才能确立正确的思想路线
我们坚持实事求是

所以我们能确立正确的思想路线
这是充要条件假言推理的肯定前件式，是正确的。

试证：

$(p \wedge q) \rightarrow r$
 $\neg r \wedge q$

 $\neg p$
 $(p \wedge q) \rightarrow r$
 $\neg r$

 $\neg (p \wedge q)$
 $\neg p \vee \neg q$
 q

 $\neg p$

$(p \wedge q) \rightarrow r$
 $\neg r \wedge q$

 $\neg p$

该推理式称为反三段论命题推理式，在逻辑考试中有重要应用。

在应试中最具应用价值的

四个命题逻辑知识点

条件关系，特别是必要条件和充分条件

复合命题和命题推理的形式分析和形式比较

7 个重要等值式

5 个有效推理式

条件关系，特别是必要条件和充分条件。

注意以下几点：

必要条件关系的不同表达方式。

P 是 q 的必要条件，可以表达为：

只有 p，才 q

除非 p，否则不 q

如果不 p，则不 q。

如果 p 是 q 的充分条件，则 q 是 p 的必要条件；如果 p 是 q 的必要条件，则 p 是 q 的充分条件。

上述结论说明，必要条件可以用充分条件表达（当然，充分条件也可以用必要条件表示），因此，在解答某些涉及多个条件关系的试题时，一个值得推荐的方法是：所有的必要条件关系都等价地表达为充分条件关系，并用“ \rightarrow ”表示。

[思考]

除非 p，否则 q。

以下哪个或哪些选项正确地表达了上述断定？

A . p 是 q 的必要条件。

B . p 是非 q 的必要条件。

C . 非 p 是 q 的充分条件。

D . 非 q 是 p 的充分条件。

E . q 是非 p 的必要条件。

[分析]

“除非 p，否则 q”可以表达为

$\neg p \rightarrow q$ (“...，否则 q”的意思是：“如果否定 p，则 q”)

上式等价于

$\neg q \rightarrow p$ 。

由这两个公式，不难得出以上答案。

A . p 是 q 的必要条件。

B . p 是非 q 的必要条件。

C . 非 p 是 q 的充分条件。

D . 非 q 是 p 的充分条件。

E . q 是非 p 的必要条件。

答案：B，C，D，E

[练习]

不想当将军的士兵就不是好士兵。

以下哪（些）项符合上述断定：

- A. 除非不是好士兵，否则一定想当将军。
- B. 除非想当将军，否则就不是好士兵。
- C. 除非是好士兵，否则就不想当将军。
- D. 除非不想当将军，否则就一定好士兵。

[解析]

不想当将军的士兵就不是好士兵。

\neg 想当将军 \rightarrow \neg 好士兵

- A. 除非不是好士兵，否则一定想当将军。

\neg 不是好士兵 \rightarrow 想当将军

= 好士兵 \rightarrow 想当将军

- B. 除非想当将军，否则就不是好士兵。

\neg 想当将军 \rightarrow \neg 好士兵

- × C. 除非是好士兵，否则就不想当将军。

\neg 好士兵 \rightarrow \neg 想当将军

- × D. 除非不想当将军，否则就一定好士兵。

\neg 不想当将军 \rightarrow 好士兵

= 想当将军 \rightarrow 好士兵

[思考]

一个人要受人尊敬，首先必须保持自尊；一个人，只有问心无愧，才能保持自尊；而一个人如果不恪尽操守，就不可能问心无愧。

把以上陈述所断定的条件关系，都等价地表达为充分条件关系，并用 \rightarrow 表示。

答案：

受人尊敬 \rightarrow 保持自尊 \rightarrow 问心无愧 \rightarrow 恪尽操守

复合命题和命题推理的形式分析和形式比较。

[思考]

张三、李四和王五三人中，至多有两人出席会议。

写出上述断定的形式。（“张三出席会议”缩写为“张三”，类推。）其中只出现：张三，李四，王五， \neg ， \wedge ， \vee 和括号。

答案：

\neg (张三 \wedge 李四 \wedge 王五)

上式等价于

\neg 张三 \vee \neg 李四 \vee \neg 王五

[思考]

某电路中有 S、T、W、X、Y、Z 六个开关，使用这些开关必须满足下面的条件：

- (1) 如果 W 接通，则 X 也要接通；
- (2) 只有断开 S，才能断开 T；
- (3) T 和 X 不能同时接通，也不能同时断开；
- (4) 如果 Y 和 Z 同时接通，则 W 也必须接通。
- (5) S 和 Z 同时接通。

写出上述五个条件的形式。

答案：

- (1) 如果 W 接通，则 X 也要接通； $W \rightarrow X$
- (2) 只有断开 S，才能断开 T； $\neg T \rightarrow \neg S$
- (3) T 和 X 不能同时接通，也不能同时断开；
 $\neg (T \wedge X) \wedge \neg (\neg T \wedge \neg X)$
 $= (\neg T \vee \neg X) \wedge (T \vee X)$
- (4) 如果 Y 和 Z 同时接通，则 W 也必须接通。
 $(Y \wedge Z) \rightarrow W$
- (5) S 和 Z 同时接通。
 $S \wedge Z$

[思考]

写出以下命题推理的推理形式：

- (1) 如果你能坚持爬山，那么你就不会未老先衰。除非你坚持爬山，否则就会莫名烦恼。因此，你如果未老先衰，那么一定莫名烦恼。
- (2) 如果你不下水，那么就不可能学会游泳。除非你学会游泳，否则，在船上就不安全。因此，为了上船的安全，你首先必须下水。
- (3) 如果你不蹦迪。那么你在周末就没法放松。除非你周末放松，否则，你下周无法振作精神上班。因此，如果你去蹦迪，下周就能振作精神上班。
- (4) 如果不坚持锻炼，你就不能成为一个好的运动员。但除非坚持锻炼，否则你不会有的体质。因此，如果你是个好运动员，那么一定有好的体质。
- (5) 如果你花完了所有的积蓄，那你就不是个富人。但除非你花完所有的积蓄，否则就不能维持自己的体面。因此，如果你不再是个富人，那一定维持了自己的体面。

答案：(符号设定略)

- (1) 如果你能坚持爬山，那么你就不会未老先衰。除非你坚持爬山，否则就会莫名烦恼。因此，你如果未老先衰，那么一定莫名烦恼。

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \neg q \\ \neg p \rightarrow r \\ \hline \text{因此, } q \rightarrow r \end{array}$$

- (2) 如果你不下水，那么就不可能学会游泳。除非你学会游泳，否则，在船上就不安全。因此，为了上船的安全，你首先必须下水。

$$\begin{array}{l} \neg p \rightarrow \neg q \\ \neg q \rightarrow \neg r \\ \hline \text{因此, } r \rightarrow p \end{array}$$

- (3) 如果你不蹦迪。那么你在周末就没法放松。除非你周末放松，否则，你下周无法振作精神上班。因此，如果你去蹦迪，下周就能振作精神上班。

$$\begin{array}{l} \neg p \rightarrow \neg q \\ \neg q \rightarrow \neg r \\ \hline \text{因此, } p \rightarrow r \end{array}$$

- (4) 如果不坚持锻炼，你就不能成为一个好的运动员。但除非坚持锻炼，否则你不会有的好的

体质。因此，如果你是个好运动员，那么一定有好的体质。

$$\begin{aligned} \neg p &\rightarrow \neg q \\ \neg p &\rightarrow \neg r \end{aligned}$$

因此， $q \rightarrow r$

(5) 略

7 个重要等值式

下面 7 个等值式在 GCT-ME 逻辑考试中有重要应用，再强调一下。

(1) $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$

(2) $\neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

(3) $\neg(\text{要么 } p, \text{ 要么 } q) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q))$

(4) $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$

(5) $\neg(\text{只有 } p \text{ 才 } q) \leftrightarrow (\neg p \wedge q)$

(6) $\neg(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$

(7) $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$

此外还有一个重要的蕴涵式：

(8) $p \rightarrow (p \vee q)$

[思考]

以下哪两个断定是互相矛盾的，即不能同真，也不能同假？（例出所有具有矛盾关系的断定）

- A. 张三出席会议，但李四没有出席会议。
- B. 张三没有出席会议，或者李四出席会议。
- C. 张三没有出席会议，但李四出席会议。
- D. 如果张三出席会议，则李四出席会议。

答案：

A 和 B 矛盾。 根据： $\neg(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

A 和 D 矛盾。 根据： $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)$

注意，A 和 C 不互相矛盾。想一想，为什么？即想一想，A 和 B 的关系，与 A 和 C 的关系的区别在哪里？

5 个有效推理式

以下的命题推理有效形式在 GCT 逻辑考试中有重要应用，再强调一下。

(1) 相容选言推理的否定肯定式

(2) 充分条件假言推理的肯定前件式

(3) 充分条件假言推理的否定后件式

(4) 必要条件假言推理的否定前件式

(5) 必要条件假言推理的肯定后件式

注意以下几点：

必要条件假言推理可等价地表达成蕴涵式，便于形式分析。

必要条件假言推理的否定前件式，可表达为：

$$\neg p \rightarrow \neg q$$

$\neg p$

所以, $\neg q$

这也就是充分条件假言推理的肯定前件式。

必要条件假言推理的肯定后件式, 可表达为:

$\neg p \rightarrow \neg q$

q

所以, p

这也就是充分条件假言推理的否定后件式。

在运用条件关系的推理时, 凡是能否定蕴涵式的后件或肯定蕴涵式前件的信息, 由于能推出确定结果, 都是应当首先关注的有用信息。相比之下, 否定蕴涵式的前件或肯定蕴涵式后件的信息, 由于推不出确定结果, 一般地说, 是无用信息。

[例]

只要天上有太阳并且气温在零度以下, 街上总有很多人穿着皮茄克。只要天下着雨并且气温在零度以上, 街上总有人穿着雨衣。

如果上述断定为真, 则以下哪项一定为真?

- A. 如果气温在零度以上但街上没人穿雨衣, 则天一定没下雨。
- B. 如果街上有很多人穿着皮茄克但天没下雨, 则天上一定有太阳。
- C. 如果气温在零度以下并且街上没有多少人穿着皮茄克, 则天一定下着雨。
- D. 如果气温在零度以上并且街上有人穿着雨衣, 则天一定下着雨。

解析: 答案是 A。

根据题干的断定: “只要天下着雨并且气温在零度以上, 街上总有人穿着雨衣”, 以下的推理成立:

由“街上没人穿雨衣”, 可推出: “或者天没下雨, 或者气温不在零度以上”;

由“或者天没下雨, 或者气温不在零度以上”, 和“气温在零度以上”, 可推出: “天没下雨”。

因此, 由“街上没人穿雨衣”, 和“气温在零度以上”, 可推出: “天没下雨”。因此, A 项成立。

类似地, 根据题干的条件, 由“街上没有多少人穿着皮茄克”, 和“气温在零度以下”, 可以推出“天上没出太阳”; 但由“天上没出太阳”推不出“天一定下着雨”, 因此, C 项不成立。其余各项都不成立。

注意, A 项断定“街上没人穿雨衣”, C 项断定“街上没有多少人穿着皮茄克”, 都是否定后件的有用信息。而其它两项断定的都是肯定后件或否定前件的无用信息。因此, 在诸选项中, 首先应当关注的是 A 和 C。

命题逻辑的基本知识 在 GCT 考试中的应用

[例] *

古希腊哲人说, 未经反省的人生是没有价值的。

下面哪一个选项与这句格言的意思最不接近?

- A. 只有经过反省, 人生才有价值。
- B. 要想人生有价值, 就要不时地对人生进行反省。
- C. 糊涂一世, 快活一生。
- D. 人应该活得明白一点。

解析：答案是 C。

题干断定：反省人生是人生有价值的必要条件。

A 项断定：反省人生是人生有价值的必要条件。同题干。

B 项断定：人生有价值是反省人生的充分条件。由此可推出，反省人生是人生有价值的必要条件。同题干。

D 项虽然没有断定反省人生和人生有价值之间的条件关系，但表达了对反省人生的肯定。符合题干的断定。

C 项不主张反省人生。不符合题干。

解析（续）

以 p 表示“反省人生”，q 表示“人生有价值”。

题干：如果非 p，则非 q。

A 项：只有 p，才 q。

B 项：如果 q，则 p。

这三个公式是等值的。

[例]*

孔子说：“己所不欲，勿施于人。”

下面哪一个选项不是上面这句话的逻辑推论？

A．只有己所欲，才能施于人。

B．若己所欲，则施于人。

C．除非己所欲，否则不施于人。

D．凡施于人的都应该是己所欲的。

解析：答案：B

题干断定：“己所欲”（p）是“施于人”（q）的必要条件：如果非 p，则非 q。

A 项断定：“己所欲”（p）是“施于人”（q）的必要条件：只有 p，才 q

C 项断定：“己所欲”（p）是“施于人”（q）的必要条件：除非 p，否则非 q。

D 项断定：“施于人”（q）是“己所欲”（p）的充分条件，这等于断定：“己所欲”（p）是“施于人”（q）的必要条件。

B 项断定：“己所欲”（p）是“施于人”（q）的充分条件，不符合题干。

[例]*

世界乒乓球锦标赛男子团体赛的决赛前，S 国的教练在排兵布阵，他的想法是：如果 4 号队员的竞技状态好，并且伤势已经痊愈，那么让 4 号队员出场；只有 4 号队员不能出场，才派 6 号队员出场。

如果决赛时 6 号队员出场，则以下哪项肯定为真？

A．4 号队员伤势比较重。

B．4 号队员的竞技状态不好。

C．6 号队员没有受伤。

D．如果 4 号队员伤已痊愈，那么他的竞技状态不好。

解析：答案：D

令“状态好”表示“4 号队员的竞技状态好”；“伤愈”表示“4 号队员伤势已经痊愈”

题干的条件：

- (1) 如果“状态好”并且“伤愈”，则“4号上场”。
- (2) 只有并非“4号上场”，才“6号上场”。
- (3) 6号上场

推理：

由条件(2)和(3)，根据必要条件假推理的肯定后件式，得：并非“4号上场”（推论1）；由推论(1)和条件(1)，根据充分条件假言推理的否定后件式，得：并非：“状态好”并且“伤愈”（推论2）；由推论2和德摩根律，得：“状态不好”或者“伤未愈”（推论3）；由推论3得其等值命题：“伤未愈”或者“状态不好”（推论4）；由推论4得其等值命题：如果“伤愈”，则“状态不好”（推论5）。

推论5正是D项所断定的。

上述条件和推理过程可运用以下符号形式：

- (1) (状态好 ∧ 伤愈) → 4
- (2) 4 → ¬6
- (3) 6

由(2)和(3)，得：¬4

由¬4和(1)得：¬(状态好 ∧ 伤愈)

$$\begin{aligned}
 &= \neg \text{状态好} \vee \neg \text{伤愈} \\
 &= \neg \text{伤愈} \vee \neg \text{状态好} \\
 &= \text{伤愈} \rightarrow \neg \text{状态好}
 \end{aligned}$$

[例]

鱼和熊掌不可兼得。

以下哪项断定符合题干的断定？

- 鱼和熊掌皆不可得。
- 鱼不可得或熊掌不可得。
- 如果鱼可得则熊掌不可得。

- A. 只有 。
- B. 只有 。
- C. 只有 。
- D. 和 。

解析：答案是D。

$$\begin{aligned}
 &\neg (\text{鱼} \wedge \text{熊掌}) && \text{(题干)} \\
 &= \neg \text{鱼} \vee \neg \text{熊掌} && \text{()} \\
 = &\text{鱼} \rightarrow \neg \text{熊掌} && \text{()} \\
 &\neg \text{鱼} \wedge \neg \text{熊掌} && \text{()}
 \end{aligned}$$

[例]

在中国，只有富士山连锁店经营日式快餐。
如果上述断定为真，以下哪项不可能为真？

- 苏州的富士山连锁店不经营日式快餐。
- 杭州的樱花连锁店经营日式快餐。
- 温州的富士山连锁店经营韩式快餐。

- A. 只有 。
- B. 只有 。
- C. 只有 。
- D. 只有 和 。

解析：

答案是 B。

题干断定：在中国，只有富士山连锁店经营日式快餐，因此， 项不可能为真。

由题干推不出：在中国，所有富士山连锁店都经营并且只经营日式快餐，因此， 和 项可能为真。

[例]

某商店失窃，四职工涉嫌被拘审。

甲：只有乙作案，丙才会作案。

乙：甲和丙两人中至少有一人作案。

丙：乙没作案，作案的是我。

丁：是乙作的案。

四人中只有一个说假话，可推出以下哪项成立？

A. 甲说假话，丙作案。

B. 乙说假话，乙作案。

C. 丙说假话，乙作案。

D. 丁说假话，丙作案。

答案：C

解析

甲：只有乙作案，丙才会作案。

只有乙，才丙

乙：甲和丙两人中至少有一人作案。

甲∨丙

丙：乙没作案，作案的是我。

¬乙∧丙

丁：是乙作的案。

乙

根据公式：¬(只有 p, 才 q) ↔ (¬p ∧ q)

可知：甲和丙的话互相矛盾，其中必有一假。

因此：乙和丁的话是真的。

不难得出：丙说假话，乙作案。

[例]

法制的健全或者执政者强有力的社会控制能力，是维持一个国家社会稳定的必不可少的条件。Y 国社会稳定但法制尚不健全。因此，Y 国的执政者具有强有力的社会控制能力。

以下哪项论证方式，和题干的最为类似？

A. 一个影视作品，要想有高的收视率或票房价值，作品本身的质量和必要的包装宣传缺一不可。电影《青楼月》上映以来票房价值不佳但实际上质量堪称上乘。因此，看来它缺少必要的广告宣传和媒介炒作。

B. 必须有超常业绩或者 30 年以上服务于本公司的工龄的雇员，才有资格获得 X 公司本年度的特殊津贴。黄先生获得了本年度的特殊津贴但在本公司仅供职 5 年，因此他一定有超常业绩。

C. 如果既经营无方又铺张浪费，则一个企业将严重亏损。Z 公司虽经营无方但并没有严重亏损，这说明它至少没有铺张浪费。

D. 一个罪犯要实施犯罪，必须既有作案动机，又有作案时间，在某案中，W 先生有作案动机但无作案时间。因此，W 先生不是该案的作案者。

经过必要的设定和整理，

题干的论证结构是：

只有 p 或者 q，才 r。r 并且非 p。因此，q。

A 项的结构是：只有 p 并且 q，才 r。非 r 并且 p。因此，非 q。

B 项的结构是：只有 p 或者 q，才 r。r 并且非 q。因此，p。

C 项的结构是：如果 p 并且 q，则 r。p 并且非 r。因此，非 q。

D 项的结构是：只有 p 并且 q，才 r。p 并且非 q。因此，非 r。

显然，在各选项中，B 项和题干的逻辑结构最为类似。

[例]

只要呆在学术界，小说家就不能变伟大。学院生活的磨练所积累起来的观察和分析能力，对小说家非常有用。但是，只有沉浸在日常生活中，才能靠直觉把握生活的种种情感，而学院生活显然与之不相容。

以下哪项陈述是上述论证所依赖的假设？

- A. 伟大的小说家都有观察和分析能力。
- B. 对日常生活中情感的把握不可能只通过观察和分析来获得。
- C. 没有对日常生活中情感的直觉把握，小说家就不能成就其伟大。
- D. 伴随着对生活的投入和理智的观察，会使小说家变得伟大。

解析

答案是 C。

题干实际作了这样一些陈述和推断：

呆在学术界，就只能过学院生活，不能沉浸于日常生活；不沉浸在日常生活中，就不能靠直觉把握生活的种种情感。因此，只要呆在学术界，小说家就不能变伟大。

为使题干的论证成立，C 项是必须假设的。否则，如果没有对日常生活中情感的直觉把握，小说家也能成就其伟大，那么，上述论证就不成立。

上述推理链如下：

呆在学术界→过学院生活→不能沉浸于日常生活→不能靠直觉把握生活的种种情感→小说家就不能变伟大。

[例]

一本小说要畅销，必须有可读性；一本小说，只有深刻触及社会的敏感点，才能有可读性；而一个作者如果不深入生活，他的作品就不可能深刻触及社会的敏感点。

以下哪项结论可以从题干的断定中推出？

- 一个畅销小说作者，不可能不深入生活。
- 一本不触及社会敏感点的小说，不可能畅销。
- 一本不具有可读性的小说的作者，一定没有深入生活。

- A. ①、②和③。 B. 只有①和②。
- C. 只有①和③。 D. 只有②和③。

解析：答案是 D。

题干断定了一系列必要条件关系，可等价地表示为以下一系列充分条件关系：

畅销→可读性→敏感点→深入生活

由肯定前件可以肯定后件，得 ① 成立。

由否定后件可以否定前件，得 ② 成立。

由否定前件不能否定后件，得 ③ 不成立。

[例]

某个体户严重违反了经营条例，执法人员向他宣布：“要么罚款，要么停业，二者必居其一”。他说：“我不同意”。如果他坚持自己意见的话，以下哪项断定是他在逻辑上必须同意的：

- A. 罚款但不停业。
- B. 停业但不罚款。
- C. 既不罚款又不停业。
- D. 如果既不罚款又不停业办不到的话，就必须接受既罚款又停业。

答案是 E。

不同意“要么罚款，要么停业”，等于同意“或者既不罚款又不停业，或者既罚款又停业。”也就等于同意“如果既不罚款又不停业办不到的话，就必须接受既罚款又停业。”

$$\begin{aligned} & \neg(\text{要么 } p, \text{ 要么 } q) \\ = & ((\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)) \\ = & \neg(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (p \wedge q) \end{aligned}$$

[例]

针对作弊屡禁不止的现象，某学院某班承诺，只要全班同学都在承诺书上签字，那么，如果全班有一人作弊，全班同学的考试成绩都以不及格计。校方接受并严格实施了该班的这一承诺。结果班上还是有人作弊，但班长的考试成绩是优秀。

以下哪项是上述断定的合乎逻辑的结论？

- A. 作弊的就是班长本人。
- B. 全班多数人没有作弊。
- C. 全班没有人在承诺书上签字。
- D. 全班有人没在承诺书上签字。

答案是 D。

题干中实际上陈述了三个前提：

前提一：如果全班同学都在承诺书上签字，并且全班有一人作弊，那么，全班同学的考试成绩都以不及格计。

前提二：班上还是有人作弊。

前提三：班长的考试成绩是优秀。

由前提三和前提一可推出：

全班同学有人没有承诺书上签字，或者全班没人作弊（推论一）。

由推论一和前提二可推出：全班同学有人没在承诺书中签字（推论二）。

推论二即是 D 项所作的断定，因此，是题干的人合乎逻辑的结论，其余各项均不是。

(全班签字 \wedge 有人作弊) \rightarrow 都不及格

\neg 都不及格 \wedge 有人作弊

 \neg 全班签字

(p \wedge q) \rightarrow r

\neg r \wedge q

 \neg p

该推理式称为反三段论命题推理式，在能力型逻辑考试中有重要应用。