线性代数辅导资料

本资料来源于李永乐辅导教材　由 Kj1234cn 整理　Victorddd 再整理重新发布

第三章:线性方程组　　　主要知识点

一　N 维向量

1　运算

2　线性表示:

a.　概念

b.　判定:　充要条件　充分条件

3　线性相关:

a.　概念

b.　判定:　充要条件　充分条件

$\downarrow$

极大线性无关组:

1　概念

2　求法

$\downarrow$

向量组的秩

二　方程组:

$$\left.\begin{array}{l} Ax=b \\ Ax=0 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{初等行变换}} \text{阶梯形} \left\{\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{有解判定}} r(A)=r(\overline{A}) \to \text{有解的结构} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \uparrow \\ \xrightarrow{\text{有非0解}} r(A)<n \to \text{基础解系} \end{array}\right.$$

第四章:向量空间 主要知识点

向量空间

- 概念 V对于α β ka封闭
- 基
  - 坐标 若γ $x_1\alpha_1+\text{L}+x_n\alpha_n$,称$\gamma$在基$\alpha_1\text{L}$ α_n的坐标是 x_1,x_2,L,x_n ^{T}
  - 过渡矩阵 若 β_1 $\beta_2\text{L}$ β_n $=(a_{1,}a_2,\text{L}\ a_n)c$,称C是由基$a_{1,}a_2,\text{L}\ a_n$ 到基β_1 $\beta_2\text{L}$ β_n的过渡矩阵
  - b
  - 坐标变换 若γ $a_{1,}a_2,\text{L}\ a_n$ $\chi=(\beta_1$ $\beta_2\text{L}$ $\beta_n)y$,则$\chi=cy$.

欧氏空间

- 内积:
  α β $\alpha^T\beta$ $\beta^T\alpha$ $\beta^T\alpha$ $\alpha_1b_1+\alpha_2b_2+\text{L}+\alpha_nb_n$
- 正交
  α β 0
- 标准正交基
  - Schmidt正交化
  - 正交矩阵

向量空间中只有两个运算,加法与数乘,规定了内积的向量空间通常称为欧氏空间.

第五章:特征值与特征向量　　主要知识点

一　特征值定义: $A_x \quad \lambda_x, x \neq 0$

二　求法:

1　特征值:

a.　定义法

b.　特征多项式 $|\lambda E - A|$ 法

2　特征向量

a.　定义法

b.　$(\lambda_i E - A)x = 0$ 基础解系法

三　性质:

1　不同特征值的特征向量线性无关

2　K 重特征值至多有 K 个线性无关的特征向量

3　$|A| = \prod \lambda_i, \sum a_{ii} = \sum \lambda_i$

四　相似:

1　定义

$P^{-1}AP = B$

2　可对角化 $\begin{cases} A有n个线性无关的特征向量 \\ \gamma \quad \lambda_i E \quad A \qquad n-n_i, \lambda_i 是n_i重特征值 \end{cases}$ $\begin{cases} A有n个不同的特征值 \\ A是实对称矩阵 \end{cases}$

3　应用　$A^n = PA^nP^{-1}$

五　实对称矩阵隐含的信息:

1　必可相似对角化,且可选用正交变换

2　不同特征值的特征向量互相正交

3　特征值全是实数

4　K 重特征值必有 K 个线性无关的特征向量

5　与对角矩阵合同

第六章:二次型　　　主要知识点

一　矩阵表示: $x^T Ax$ —A 实对称

二　标准形:

1　惯性定理　　　　　　　正　负惯性指数

2　合同:　　　　　　　　若 $C^T AC = B$, 其中 C 可逆

3　化标准型:

a.　配方法

b.　正交变换法 → 特征值 → $\begin{cases} A： B \\ A； B \end{cases}$

三　正定二次型

1　定义

$\forall x \neq 0, x^T Ax > 0$

2　充要条件:

a.　特征值全大于 0

b.　正惯性指数 P=N

c.　顺序主子式全大于 0

d.　A； E或A　$D^T D$　其中D可逆

3　必要条件

$a_{ij} > 0$

$|A| > 0$